

双站纯方位空时软约束无迹粒子滤波算法

张宏伟*

(中山大学航空航天学院, 广东 深圳 518107)

摘要: 针对双站纯方位机动目标跟踪中由信息不完全和非结构化测量环境导致的有界混合似然问题, 提出空时软约束无迹粒子滤波算法。针对目标先验未知, 利用光电经纬仪对极几何约束测量空间点, 预测空间曲面中心计算转弯率; 为覆盖多域似然, 采用无迹变换技术更新目标状态, 引入模糊测度调制重要性函数; 为保持估计方差维数不变性, 根据狄拉克后验采样提取目标状态。仿真结果表明, 对于典型的双站经纬仪跟踪空域点目标, 相比于 Rao-Blackwell 多模型粒子滤波, 提出算法的计算复杂度与单模型粒子滤波量级相当; 相比约束辅助粒子滤波算法, 提出算法的滤波精度提高了 27%~41%。

关键词: 双站纯方位跟踪; 机动目标; 有界混合似然; 空时软约束; 无迹粒子滤波

中图分类号: TN 953

文献标志码: A

DOI: 10. 12305/j. issn. 1001-506X. 2023. 05. 01

Dual-station unscented particle filter algorithm with spatiotemporal soft constraint

ZHANG Hongwei*

(School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Shenzhen 518107, China)

Abstract: For the maneuvering target tracked via the dual-station bearing tracker, to solve the problem of the bounded mixture likelihood caused by the incomplete information and unstructured environment, an unscented particle filter with spatiotemporal soft constraint (SCUPF) algorithm is proposed. For the unknown target prior, the target's position is achieved via the spatial intersect measurement method with the epipolar geometric constraints, so as to predict the center of the camber to calculate the turn rate. To cover the multi-area likelihood, the target state is updated via the unscented transformation, and the importance distribution is modulated via a fuzzy measure. To keep the property of dimensionality invariant of the estimation variance, the posterior distribution of the target state is approximated by drawing the importance samples from the Dirac approximation. Simulation results demonstrate that for the typical scenario that the point target tracked by the dual-station theodolites, compared with the Rao-Blackwell multiple model particle filter (MMRBPF) algorithm, the computational complexity of the proposed SCUPF algorithm is on the same order as the single-model particle filter. Meanwhile, compared with the constrained auxiliary particle filter (CAPF) algorithm, the filtering accuracy is improved by 27%–41%.

Keywords: dual-station bearing tracking; maneuvering target; bounded mixture likelihood; spatiotemporal soft constraint; unscented particle filter

0 引言

纯方位目标跟踪是指仅利用无源传感器测量到的目标

方位信息, 即方位角和俯仰角, 来估计目标的位置、速度等运动参数的目标跟踪^[1-3]。纯方位跟踪技术隐蔽性强、安全性高, 因此在现代电子战和无线通信系统中都有广泛应用。

收稿日期: 2022-03-28; 修回日期: 2022-06-13; 网络优先出版日期: 2022-07-11。

网络优先出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20220711.1620.046.html>

基金项目: 广东省基础与应用基础研究基金(2019A1515111099); 中山大学青年培育项目(20lgpy72); 中国科学院空间精密测量重点实验室开放基金(SPMT2021002, SPMT2022001)资助课题

* 通讯作者。

引用格式: 张宏伟. 双站纯方位空时软约束无迹粒子滤波算法[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45(5): 1261-1269.

Reference format: ZHANG H W. Dual-station unscented particle filter algorithm with spatiotemporal soft constraint [J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45(5): 1261-1269.

然而,由于方位信息是目标运动参数的不完全描述,机动目标可观测的必要非充分条件是观测站平台运动或至少两台静态观测站同时观测^[3]。多站测量有助于获得更多信息,但也同时存在由测量环境非结构化引起空域参量(方位信息)和时域参量(到达时间、时间差等)不一致的情况^[4-5]。为解决上述两方面因素导致的有界混合似然非闭式问题,本文提出双站纯方位的空时软约束无迹粒子滤波算法,以提高目标跟踪的预测准确性、收敛速度和滤波精度与稳定性。

通常情况下,双站纯方位测量在极坐标系下将可观测部分和不可观测部分解耦。而在笛卡尔坐标系下,贝叶斯反演目标运动状态存在方差发散和结果不稳定性问题^[6]。因此,需利用数值方法近似目标状态后验,主要包括确定性数值积分和随机性蒙特卡罗采样两大类^[7]。确定性数值积分方法是在最优卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)基础上进行改进。如扩展 KF(extended KF, EKF)算法通过一阶泰勒级数对观测函数进行线性化处理,该算法在工程上最易实现且应用最为广泛。然而在复杂测量环境中, EKF 的高阶截断误差将会变得无法忽略^[8]。而无迹 KF(unscented KF, UKF)、容积 KF(cubature KF, CKF)和 Gauss-Hermite KF 等算法根据高斯后验的前二阶矩,选择固定数量的 Sigma 积分点近似目标的原始概率分布^[9]。而双站纯方位的强几何非线性无法满足该类高斯假设前提,难以维持整体跟踪性能^[10]。近十几年来,基于蒙特卡罗随机采样思想的粒子滤波方兴未艾,能够有效处理纯方位跟踪的非线性非高斯滤波问题。然而权值退化和多样性匮乏是一对耦合问题^[11]。为此,学者提出融合上述两类数值方法的改进算法。利用高精度的 EKF、UKF、Gauss-Hermite 积分等确定性数值方法生成粒子滤波的重要性函数,即扩展粒子滤波(extended particle filter, EPF)、无迹粒子滤波(unscented particle filter, UPF)、高斯-埃米尔特粒子滤波(Gauss-Hermite particle filter, GHPF)等^[12-14]。在允许的误差范围内,该类方法需通过特定的启发式调制目标重要性函数的自适应性。

另一方面,多模型估计器广泛应用于纯方位机动目标跟踪^[15]。其中,交互多模型(interacting multiple model, IMM)算法通过融合有限个单滤波器的滤波输出估计机动目标状态。事实上,无法通过有限个动力学模型表征目标的未知、大范围的机动行为,而不必要的模型竞争将会加大计算复杂度^[3,16]。Rao-Blackwell 理论可用于细化状态空间^[17-18]。在此基础上,文献[19]结合异步噪声提出 Rao-Blackwellized 粒子滤波跟踪算法。文献[20]提出通过一系列函数近似多个动态高斯模型。该类基于模型驱动的滤波方法依赖于具体问题,难以平衡复杂双站纯方位的模型精确性和计算复杂度。

最近,学者考虑应用软约束不等式启发式理论,改进纯方位机动目标跟踪系统^[21-22]。王鼎等人^[4]将测角信息的无源定位问题转化约束总体最小二乘问题。邱硕丰等人^[5]通过定位模糊面积和圆概率误差分析测向误差。张小虎等人^[23]利用目标运动关联和目标在多站图像上像点之间的对极几何约束关系,提出了靶场多站图像多目标判读的新

技术。针对当前时刻观测信息更为准确的情形,文献[10]通过断截观测噪声概率密度函数表征有界似然。利用文献[10]的技术,文献[24-26]分别将其推广到混合卡尔曼、混合无迹卡尔曼以及混合粒子滤波算法以处理有界混合似然情形。

请注意,文献[17,19,23]未考虑空域参量和时域参量的相关问题,而文献[24-26]基于高斯回归。文献[27]融合目标运动特性推导约束辅助粒子滤波(constrained auxiliary particle filter, CAPF)处理双站纯方位非线性非高斯滤波问题。然而,由于空域方位信息和时域信息的不一致,机动目标结束之后观测时间段的整体滤波性能不够稳定。最近,Särkkä 等人^[28]证明了时空高斯回归问题转换为无穷维状态空间模型的方法,通过贝叶斯滤波和平滑方法将计算复杂度从时间步数减少到线性时间复杂度。

在此基础上,针对双站纯方位跟踪中由信息不完全和非结构化测量环境导致的有界混合似然问题,本文选取双站光电经纬仪跟踪三维机动目标,利用对极几何约束测量空间点,预测空间曲面中心计算转弯率;采用无迹变换技术更新目标状态,引入模糊测度设计软空时约束无迹粒子滤波(unscented particle filter with soft spatiotemporal constraint, SCUPF)算法,仿真对比实验验证了提出算法的正确性和有效性。

1 问题描述

1.1 双站纯方位跟踪数学模型

考虑离散时间动态系统模型,目标状态变量 \mathbf{X}_k 由位置 $\mathbf{X}_{P,k} = (X_k, Y_k, Z_k)^T$ 和速度 $\mathbf{X}_{V,k} = (\dot{X}_k, \dot{Y}_k, \dot{Z}_k)^T$ 组成,表示为

$$\mathbf{X}_k = (X_k, \dot{X}_k, Y_k, \dot{Y}_k, Z_k, \dot{Z}_k)^T \quad (1)$$

式中: $k \in \mathbf{N}$ 表示离散时刻。

从而离散非线性动态系统模型表示为

$$\mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k \sim N(0, \Sigma_v) \quad (2)$$

$$\mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{e}_k, \mathbf{e}_k \sim N(0, \Sigma_e) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{X}_k \in \mathbf{R}^x$ 和 $\mathbf{Z}_k \in \mathbf{R}^z$ 分别是 n_x 维状态和 n_z 维的状态和观测矢量; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别是状态方程和观测方程; \mathbf{v}_k 和 \mathbf{e}_k 分别是零均值高斯分布的过程噪声和观测噪声,其方差分别记为 Σ_v 和 Σ_e 。

本文研究双站纯方位机动目标跟踪,角度观测 $B_k = \{(A_{1,k}, E_{1,k}), (A_{2,k}, E_{2,k})\}$, 其中 $(A_{i,k}, E_{i,k})$ 分别是第 i 个经纬仪测得的方位角和俯仰角,系统测量方程为

$$\begin{bmatrix} A_{i,k} \\ E_{i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{y_k - y_{i,s}}{x_k - x_{i,s}}\right) \\ \arctan\left(\frac{z_k - z_{i,s}}{\sqrt{(x_k - x_{i,s})^2 + (y_k - y_{i,s})^2}}\right) \end{bmatrix} + \mathbf{e}_{B,k} \quad (4)$$

式中: $(x_{i,s}, y_{i,s}, z_{i,s})$ 是第 i 个经纬仪的位置坐标; 测角噪声

$\mathbf{e}_{B,k} = \begin{bmatrix} e_{A,k} \\ e_{E,k} \end{bmatrix}$, 其中 $e_{A,k}$ 和 $e_{E,k}$ 分别是方位角和俯仰角测量

噪声。

转弯率 ω_k 是目标机动运动的重要参数^[15]。因此,在三维笛卡尔坐标系下,机动目标状态转移矩阵采用文献[15]中的马尔可夫切换结构,即

$$\mathbf{F}_k =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_k \cdot T_k)}{\omega_k} & 0 & \frac{\cos(\omega_k \cdot T_k) - 1}{\omega_k} & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_k \cdot T_k) & 0 & -\sin(\omega_k \cdot T_k) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k \cdot T_k)}{\omega_k} & 1 & \frac{\sin(\omega_k \cdot T_k)}{\omega_k} & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\omega_k \cdot T_k) & 0 & \cos(\omega_k \cdot T_k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:转弯率 $\omega_k > 0$ 和 $\omega_k < 0$ 分别表示逆时针和顺时针运动; $T_k = t_k - t_{k-1}$ 是测量时间间隔。

1.2 空时软约束

根据式(1),目标状态的均值 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 和方差 Σ_k 分解为矢量、标量计算,即

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{X}_{P,k}) \\ \mathbf{E}(\dot{\mathbf{X}}_{V,k}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{X}}_{P,k} \\ \bar{\dot{\mathbf{X}}}_{V,k} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Sigma_k = \begin{bmatrix} \text{cov}[\mathbf{X}_{P,k}] & \text{cov}[\mathbf{X}_{P,k}, \dot{\mathbf{X}}_{V,k}] \\ \text{cov}[\dot{\mathbf{X}}_{V,k}, \mathbf{X}_{P,k}] & \text{cov}[\dot{\mathbf{X}}_{V,k}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\mathbf{X}_{P,k}} & \Sigma_{\mathbf{X}_{P,k}, \dot{\mathbf{X}}_{V,k}} \\ \Sigma_{\mathbf{X}_{P,k}, \dot{\mathbf{X}}_{V,k}}^T & \Sigma_{\dot{\mathbf{X}}_{V,k}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

理论上,测量是目标状态的因果映射^[29]。而实际中,由于测量环境干扰以及目标机动行为未知,双站经纬仪的空域方位信息和时域信息存在不一致的问题。该时空不一致性破坏了真实目标状态和测量之间的因果关系。物理意义上,噪声能量是有限且衰减的^[10,26]。因此,为了表示可靠的测量信息,本节根据软约束理论^[30-31]截断测量噪声概率密度函数 $p_e(\cdot)$,将满足空时软约束的状态-测量集合 $\{\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k\}$ 定义为

$$I_{X_k}(\mathbf{Z}_k) =$$

$$\{\mathbf{X} | \mathbf{X} = [(\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{B}_k - \mathbf{e}_{B,k}))^T, \dot{\mathbf{X}}_{V,k}^T]^T, \mathbf{e}_{B,k} \in \mathbf{R}_c \subset \mathbf{R}^{n_e}\} \\ \text{s.t. } p_e(\cdot) = 0, \mathbf{e}_{B,k} \notin \mathbf{R}_c \quad (8)$$

式中: \mathbf{R}_c 为满足空时软约束条件的可行域; $\mathbf{h}^{-1}(\cdot)$ 是式(4)中等号右边第一项的逆。

双站纯方位目标跟踪的数学模型为,根据序列方位信息通过贝叶斯推理估计目标状态后验分布。在式(8)定义可行域 \mathbf{R}_c 的基础上,通过引入当前时刻最新观测信息和辅助变量 \mathbf{a}_k ,修正目标状态后验为

$$q(\mathbf{X}_{0:k} | \mathbf{Z}_{1:k}) =$$

$$\frac{l_B(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_{0:k}, \mathbf{Z}_{1:k-1}) p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{1:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k-1}) p(\mathbf{X}_{1:k-1} | \mathbf{Z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Z}_{1:k-1})} \propto$$

$$\sum_{i=1}^b \omega_k^i l_k^i(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_{1:k-1}, \mathbf{a}_{1:k}) \Gamma_c(\mathbf{X}_k) \cdot p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}, \mathbf{a}_{1:k}) \cdot \varsigma^{-1} \quad (9)$$

式中: $l_B(\cdot)$ 表示有界似然; $l_k^i(\cdot)$ 表示第 i 区域似然; $\Gamma_c(\mathbf{X}_k)$ 为指示函数,当 $\mathbf{e}_k \in \mathbf{R}_c$ 时取为 1,否则为 0; ς 为常数; ω_k^i 为权重。

显然,式(9)中的有界混合似然为非闭式。为了严格满足贝叶斯全概率公式,引入测度因子 α_k 将系统先验表示为如下混合模型:

$$p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}, \mathbf{a}_{1:k}) = \Gamma_c(\mathbf{X}_k) p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{1:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}) p(\mathbf{X}_{1:k-1} | \mathbf{Z}_{1:k-1}) = \alpha_k p_1(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k, \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{a}_{1:k}) + (1 - \alpha_k) p_o(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1:k-1}, \mathbf{X}_{k-1}) \quad (10)$$

式中: $p_1(\cdot)$ 和 $p_o(\cdot)$ 分别是测量噪声概率密度函数截断先验和系统原始先验。测度因子 $\alpha_k \in [0, 1]$,当前时刻测量信息准确度越大, α_k 越接近于 1。在此基础上,第 3 节推导空时软约束无迹粒子滤波算法,对式(9)进行数值近似求解,算法流程图如图 1 所示。

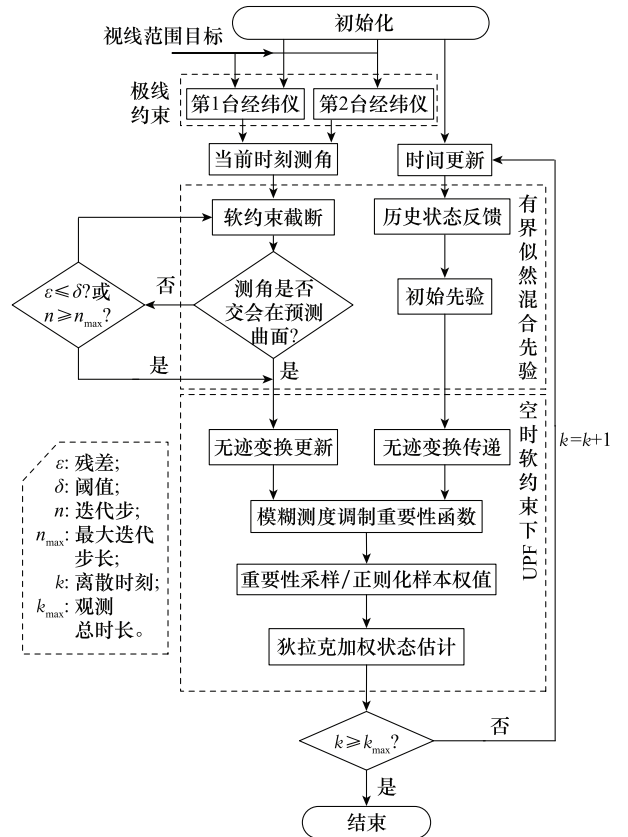


图1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of the proposed algorithm

2 双站纯方位空时软约束 UPF 算法

通常,目标机动行为难以预测,文献[32]从数学几何关

系上推导了三维空间中机动目标的方向角解析表达式,以此进行状态预测并作为数据关联依据。在此基础上,本文结合双站交会测量的几何约束推导空时软约束下状态-测量集合驱动的目标运动转弯率解析计算。

2.1 利用双站对极几何约束测量空间点

根据双站经纬仪摄像机的基础矩阵,可计算目标在经纬仪摄像机上的像点与极线的几何关系^[23],如图 2 所示。 T 是目标, C_1 和 C_2 是摄像机, α 和 β 是式(4)中的方位角和俯仰角。 T_1 是目标在 C_1 像平面上的投影点, e_1 是 C_1 像平面和基线 C_1 - C_2 的交点, 连接 T_1 和 e_1 即得极线 l_1 。求出双站中的任一极线, 即可确定目标在另外一站经纬仪像平面上的极线, 而目标投影点在该极线上。该方法能够有效降低解算复杂度的同时, 有效提高式(18)的计算效率和准确度。

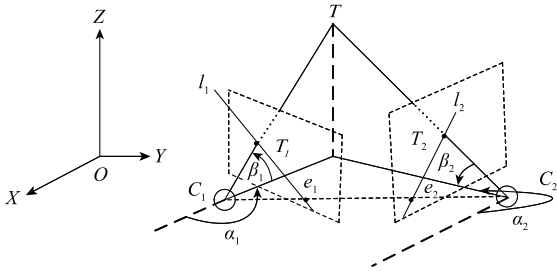


图 2 双站测量对极几何约束示意图

Fig. 2 Epipolar geometry constraints between the two theodolites

为了实现同构解算, 将空间目标点位置坐标 $\mathbf{X}_{P,k} = (x_k, y_k, z_k)$ 和投影像点坐标 $\mathbf{X}_I = (x_I, y_I)$ 分别扩展为齐次向量, 即 $\mathbf{X}'_{P,k} = (x_k, y_k, z_k, 1)^T$ 和 $\mathbf{X}'_I = (x_I, y_I, 1)^T$ 。两者的几何映射关系为

$$\mathbf{X}'_I = \mathbf{P}_j \mathbf{X}'_{P,k} \quad (11)$$

式中: \mathbf{P}_j 是投影矩阵, 定义为

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{K}_j [\mathbf{R}_j | t_j]$$

$$\mathbf{K}_j = \begin{bmatrix} f_j & 0 & 0 \\ 0 & f_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_j = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & -\sin \alpha_j \sin \beta_j & -\sin \beta_j \cos \alpha_j \\ 0 & \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j \\ \sin \beta_j & \cos \beta_j \sin \alpha_j & \cos \beta_j \cos \alpha_j \end{bmatrix}$$

$t_j = -\mathbf{R}_j \mathbf{C}_j$, \mathbf{C}_j 和 f_j 是经纬仪的光心坐标位置和焦距。

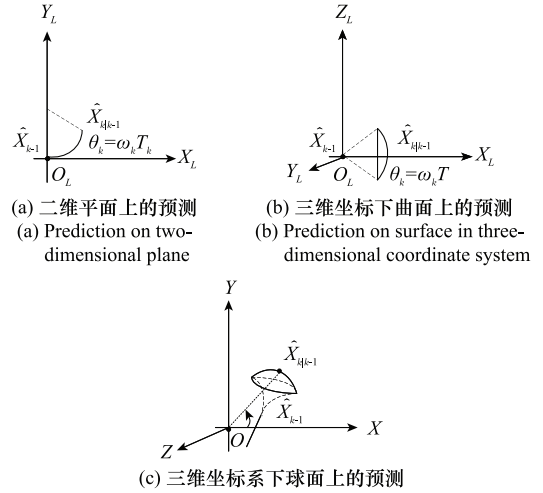
2.2 预测空间曲面中心计算转弯率

实际中, 机动目标的转弯率 ω_k 的大小难以预知, 而对于不同类型目标, 其机动能力即最大转弯率或最小转弯半径是已知的。因此, 可认为在该段测量间隔内, ω_k 在一定范围内变化。记 XOY 三维坐标系下 $k-1$ 时刻目标预测为 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} = [\hat{x}_{k-1}, \hat{y}_{k-1}, \hat{z}_{k-1}]^T$ 。以从第 $k-1$

时刻的目标预测位置 $\hat{\mathbf{X}}_{P,k-1}$ 为坐标原点 O_L , 以目标运动轨迹切线方向为横轴, 建立 x_L, y_L, z_L 坐标系。 x_L, y_L, z_L 坐标系下第 $k-1$ 时刻的目标状态估计记为 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^L = [\hat{x}_{k-1}^L, \hat{y}_{k-1}^L, \hat{z}_{k-1}^L]^T$ 。则有

$$\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^L = [0, \sqrt{\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2 + \hat{z}_{k-1}^2}, 0, 0, 0]^T \quad (12)$$

图 3(a) 给出目标在三维空间的 $X_L-O_L-Y_L$ 平面运动情形, 目标从第 $k-1$ 时刻的预测位置 $\hat{\mathbf{X}}_{P,k-1}$ 运动到第 k 时刻的预测位置 $\hat{\mathbf{X}}_{P,k|k-1}$, 运动轨迹为平面上的弧线, 方向角为 $\theta_k = \omega_k T_k$ 。



(c) Prediction on sphere in three-dimensional coordinate system

图 3 机动目标状态预测

Fig. 3 Maneuvering target state prediction

目标的预测中心记为 $\mathbf{X}_{k|k-1}^L$, 可通过下式计算:

$$\mathbf{X}_{k|k-1}^L = \mathbf{D} \mathbf{X}_{k-1}^L =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\sin(\omega_k T_k)}{\omega_k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega_k T_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k T_k)}{\omega_k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\omega_k T_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X}_{k-1}^L =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sin(\omega_k T_k)}{\omega_k} \\ \cos(\omega_k T_k) \\ \frac{1 - \cos(\omega_k T_k)}{\omega_k} \\ \sin(\omega_k T_k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}^L \quad (13)$$

理论上, 在三维状态空间中, 目标机动运动可发生在空

间的任一方向,即 $\theta_k \in [0, 2\pi]$ 。图 3(b) 示出目标绕运动轴线 x_L 轴运动的示意图。若双站测角交会测量点 M_k 准确满足式(8),则该测量与机动目标的预测位置 $\hat{X}_{P,k|k-1}$ 重叠,即位于如图 3(c) 所示的曲面中心。

为了近似满足空时软约束的状态-测量集合 I_{X_k}, Z_k , 数学上,根据欧式距离的最小方差优化跟踪有效观测信息以近似曲面中心,即

$$\arg \min_{\substack{0 \leq \theta \leq 2\pi \\ \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}}} \{ (Z_k - h(X_k))^T S_k^{-1} (Z_k - h(X_k)) \} = \{ (Z_k - h(X_k))^T S_k^{-1} (Z_k - h(X_k)) \} \Big|_{(\hat{\omega}_k, \hat{\theta}_k) = (\omega_k, \theta_k)} \quad (14)$$

式中: ω_{\min} 和 ω_{\max} 分别为已知的转弯率的最小和最大值; S_k 是测量新息协方差矩阵; (ω_k, θ_k) 和 $(\hat{\omega}_k, \hat{\theta}_k)$ 分别是目标在第 k 时刻的转弯率和方向角及其预测值。

传统的 Levenberg-Marquart 迭代求解法的计算复杂度随着状态维数的增加呈几何级递增^[32]。为此,本文通过观测预测最小方差和状态预测最小二乘的等价关系,将目标状态预测中心推广到式(8)定义的可行域。记测角交会空间测量点 M_k , 根据图 3(b), 在 x_L, y_L, z_L 坐标系下, 双站测量交会点 M_k^L 和目标在第 $k-1$ 时刻的预测位置 $\hat{X}_{P,k-1}$ 之间的几何映射关系为

$$M_k^L = \begin{bmatrix} x_{M,k}^L \\ y_{M,k}^L \\ z_{M,k}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \gamma & \cos \phi \sin \gamma & \sin \phi \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ -\sin \phi \cos \gamma & -\sin \phi \sin \gamma & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1} \\ \hat{y}_{k-1} \\ \hat{z}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中:

$$\gamma = \arccos \frac{\hat{x}_{k-1}}{\sqrt{\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2}}$$

$$\phi = \arctan \frac{\hat{z}_{k-1}}{\sqrt{\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2}}$$

同理,测量预测可表示为

$$M_{k|k-1}^L = L_k X_{k|k-1} \quad (16)$$

式中: L_k 是式(15)中第 2 个等号右边项的线性转换系数矩阵。

结合式(4)和式(8)中的角度观测 B_k , 将式(16)代入式(14)可得

$$\|B_k - B_{k|k-1}\|_{S_k}^2 = (B_k - B_{k|k-1})^T S_k' (B_k - B_{k|k-1}) = (X_{P,k} - X_{P,k|k-1})^T L_k^T S_k L_k (X_{P,k} - X_{P,k|k-1}) = \|X_{P,k} - X_{P,k|k-1}\|_{S_k'}^2 \quad (17)$$

式中: $S_k' = L_k^T S_k L_k$ 。

从而,双站测量交会点 M_k^L 对应的方向角为

$$\theta_{M,k}^L = \begin{cases} \arccos \frac{y_{M,k}^L}{\sqrt{(y_{M,k}^L)^2 + (z_{M,k}^L)^2}}, B_{M,k}^L \geq 0 \\ 2\pi - \arccos \frac{y_{M,k}^L}{\sqrt{(y_{M,k}^L)^2 + (z_{M,k}^L)^2}}, B_{M,k}^L < 0 \end{cases} \quad (18)$$

记双站测量交会点 M_k^L 对应的转弯率为 $\omega_{M,k}^L$, 由式(13)计算目标预测中心的位置坐标为

$$\begin{bmatrix} x_k^L \\ y_k^L \\ z_k^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_k^L \sin(\omega_{M,k}^L) & \hat{x}_k^L (1 - \cos(\omega_{M,k}^L)) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

该目标预测中心与坐标原点 O_L 的连线和 x_L 轴之间的夹角为

$$\varphi_X^L = \arctan \frac{\hat{y}_{k|k-1}^L}{\hat{x}_{k|k-1}^L} = \arctan \frac{1 - \cos(\omega_{M,k}^L T_k)}{\sin(\omega_{M,k}^L T_k)} \quad (20)$$

由式(15)可得,双站测量交会点 M_k^L 与坐标原点 O_L 的连线和 x_L 轴之间的夹角为

$$\varphi_{M,k}^L = \arctan \frac{\sqrt{(y_{M,k}^L)^2 + (z_{M,k}^L)^2}}{x_{M,k}^L} \quad (21)$$

当双站测量交会点 M_k^L 位于预测中心曲面上时,即 $\varphi_X^L = \varphi_{M,k}^L$ 。据此,求解双站测量交会点 M_k^L 对应的转弯率为

$$\omega_{M,k}^L = \arctan \frac{(x_{M,k}^L)^2 - (y_{M,k}^L)^2 - (z_{M,k}^L)^2}{(x_{M,k}^L)^2 + (y_{M,k}^L)^2 + (z_{M,k}^L)^2} \quad (22)$$

若双站测量交会点 M_k^L 偏离预测中心曲面,通过内点法进行迭代修正,请参考本文作者的约束辅助粒子滤波算法^[27]。

2.3 无迹变换更新目标状态

将(22)式代入(5)式计算可行域解,为了表述方便,记第 $k-1$ 时刻的解为 X_{k-1}^c , 协方差为 $\Sigma_{k-1|k-1}^c$ 。根据无迹变化法则选取西格玛点:

$$X_{k-1}^0 = X_{k-1|k-1}^c$$

$$\begin{cases} X_{k-1}^i = X_{k-1}^c + \left(\sqrt{(n_x + \lambda) \Sigma_{k-1|k-1}^c} \right)_i, i = 1, 2, \dots, n_x \\ X_{k-1}^{i+n_x} = X_{k-1}^c - \left(\sqrt{(n_x + \lambda) \Sigma_{k-1|k-1}^c} \right)_i, i = 1, 2, \dots, n_x \end{cases} \quad (23)$$

结合式(5),计算预测状态的均值 $\bar{X}_{k|k-1}$ 和协方差 $\Sigma_{X,k|k-1}$:

$$X_{k|k-1}^i = F_k(X_{k-1}^i) \quad (24)$$

$$\bar{X}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} w_k^i X_{k|k-1}^i \quad (25)$$

$$\Sigma_{X,k|k-1} = \Sigma_v + \sum_{i=0}^{2n_x} w_k^i (X_k^i - \bar{X}_{k|k-1})(X_k^i - \bar{X}_{k|k-1})^T \quad (26)$$

式中: w_k^i 是西格玛点的权值。

结合式(2),计算测量预测均值 $\bar{Z}_{k|k-1}$ 为

$$Z_{k|k-1}^i = h(X_{k|k-1}^i) \quad (27)$$

$$\bar{Z}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} w_k^i Z_{k|k-1}^i \quad (28)$$

融入最新测量信息,计算测量协方差 $\Sigma_{Z,k}$, 互协方差 $\Sigma_{XZ,k}$ 和卡尔曼滤波增益 G_k 为

$$\Sigma_{ZZ,k} = \Sigma_e + \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_k^i (\mathbf{Z}_k - \bar{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) (\mathbf{Z}_k - \bar{\mathbf{Z}}_{k|k-1})^T \quad (29)$$

$$\Sigma_{XZ,k} = \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_k^i (\mathbf{X}_k^i - \bar{\mathbf{X}}_{k|k-1}) (\mathbf{Z}_k - \bar{\mathbf{Z}}_{k|k-1})^T \quad (30)$$

$$\mathbf{G}_k = \Sigma_{XZ,k} (\Sigma_{ZZ,k})^{-1} \quad (31)$$

根据状态后验的均值和方差近似修正先验 $p_1(\cdot)$ 的第一二阶矩。即

$$p_1(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k, \mathbf{a}_{1:k}) = N(\mathbf{X}_k; \mathbf{X}_{1,k}^c, \Sigma_{1,k}^c) \quad (32)$$

其中,

$$\Sigma_{1,k}^c = \Sigma_{k|k-1} - \mathbf{G}_k \Sigma_{ZZ,k} (\mathbf{G}_k)^T$$

$$\mathbf{X}_{1,k}^c = \bar{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{G}_k \sum_{i=0}^{2n_x} \omega_k^i (\mathbf{Z}_k - \bar{\mathbf{Z}}_{k|k-1})$$

为衡量当前测量校正和历史状态反馈,将式(22)代入模糊综合函数计算模糊测度 α_k 。即

$$\alpha_k =$$

$$\frac{1}{2} \exp \left\{ - \left[\frac{\mathbf{Z}_k - h(\bar{\mathbf{X}}_{k|k-1})}{\Sigma_{1,k}^c} \right]^2 \right\}$$

$$\frac{1}{2} \exp \left\{ - \left[\frac{\mathbf{Z}_k - h(\bar{\mathbf{X}}_{k|k-1})}{\Sigma_{1,k}^c} \right]^2 \right\} + \frac{1}{2} \exp \left\{ - \left[\frac{\mathbf{Z}_k - h(\bar{\mathbf{X}}_0)}{\Sigma_{0,k}} \right]^2 \right\} \quad (33)$$

式中: $\bar{\mathbf{X}}_{0,k}$ 和 $\Sigma_{0,k}$ 是初始先验 $p_0(\cdot)$ 的均值和协方差; $p_0(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k-1}) = N(\mathbf{X}_k; \bar{\mathbf{X}}_{0,k}, \Sigma_{0,k})$ 。

2.4 狄拉克后验采样融合目标状态估计

为调制目标重要性函数覆盖混合有界似然,引入模糊测度融合第 2.1 和第 2.2 节的测量校正和修正先验,构建粒子滤波算法的混合重要性函数为

$$\pi(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}, \mathbf{a}_{1:k}) =$$

$$\alpha_k p_1(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k, \mathbf{a}_{1:k}) + (1 - \alpha_k) p_0(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k-1}) \quad (34)$$

从重要性函数式(24)采样 N_s 个样本,即 $\{\mathbf{X}_k^n\}_{n=1}^{N_s} \sim \pi(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}, \mathbf{a}_{1:k})$ 。计算重要性样本的权值:

$$\omega_k^n \propto \frac{p(\mathbf{X}_k^n | \mathbf{Z}_{1:k}, \mathbf{a}_{1:k})}{\pi(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}, \mathbf{a}_{1:k})} \propto \omega_{k-1}^n \sum_{\mathbf{K}_k} \ell_B(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^n, \mathbf{a}_k) \quad (35)$$

归一化样本重要性权值为

$$\tilde{\omega}_k^n = \frac{\omega_k^n}{\sum_{n=1}^{N_s} \omega_k^n} \quad (36)$$

通过狄拉克 $\delta(\cdot)$ 函数加权近似状态后验为

$$q(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{0:k-1}, \mathbf{Z}_{1:k}) = \frac{1}{N_s} \sum_{n=1}^{N_s} \delta(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^n) \quad (37)$$

最后,融合重要性样本更新目标状态为

$$\bar{\mathbf{X}}_{k|k} = \sum_{n=1}^{N_s} \tilde{\omega}_k^n \mathbf{X}_k^n \quad (38)$$

$$\Sigma_k = \sum_{n=1}^{N_s} \tilde{\omega}_k^n (\mathbf{X}_k^n - \bar{\mathbf{X}}_{k|k-1}) (\mathbf{X}_k^n - \bar{\mathbf{X}}_{k|k-1})^T \quad (39)$$

3 仿真实验

为了评估提出算法的性能,本节仿真典型的双站纯方位跟踪空域点目标实验。选取 IMMEKF 算法^[3]、MMRPF 算法^[17]、CAPF 算法^[27] 和本文提出 SCUPF 算法,进行 100 次蒙特卡罗仿真实验。选取 3 个定量参数:时间和两个滤波误差,包括全部观测时间段的均方根误差(root mean square error, RMSE)和目标机动结束后的时间段的 RMSE(root time-averaged mean square error, RTAMSE)。分别定义如下

$$\text{RMSE}_k =$$

$$\sqrt{\frac{\sum_{\tau=1}^{\text{Mc}} \left((x_k^\tau - \bar{x}_{k|k})^2 + (y_k^\tau - \bar{y}_{k|k})^2 + (z_k^\tau - \bar{z}_{k|k})^2 \right)}{\text{Mc}}}$$

$$\text{RTAMSE} =$$

$$\sqrt{\frac{\sum_{k=t_e}^{t_{\max}} \sum_{\tau=1}^{\text{Mc}} \left((x_k^\tau - \bar{x}_{k|k})^2 + (y_k^\tau - \bar{y}_{k|k})^2 + (z_k^\tau - \bar{z}_{k|k})^2 \right)}{(t_{\max} - t_e) \text{Mc}}}$$

式中: $(\bar{x}_{k|k}, \bar{y}_{k|k}, \bar{z}_{k|k})$ 是从式(38)中提取的目标三维位置。Mc 是蒙特卡罗实验总次数; t_{\max} 和 t_e 分别是观测总时长和目标机动行为结束时刻。

根据训练场的经纬仪参数,双站经纬仪摄像机的光心坐标分别设为(0,0,0)km 和(0,10,0)km,焦距设为 1 m。点目标航迹范围为[0,25]km×[5,8]km×[5,8]km。图 4 是仿真三维笛卡尔坐标系下纯方位机动目标航迹。由直线一爬升一顺时针转弯一爬升一逆时针转弯一直线共 5 段组成。初始位置坐标和速度分别为(1,5,6)km 和(0.14,0.24,0.00)km·s⁻¹。第一段:从 $t=1$ s 到 $t=25$ s,匀速直线运动到(7.09,7.22,6)km。第二段: $t=25$ s 到 $t=26$ s 爬升 0.6 km,从 $t=26$ s 到 $t=45$ s,顺时针转弯率 5°/s 飞到(12.38,7.22,6.6)km。第三段:从 $t=46$ s 到 $t=65$ s,匀速直线运动飞到(17.48,5.46,7.2)km。第四段: $t=65$ s 到 $t=66$ s 爬升 0.6 km,从 $t=66$ s 到 $t=85$ s,逆时针转弯率 4°/s 飞到(22.80,5.83,7.2)km。第 5 段:从 $t=86$ s 到 $t=100$ s,匀速直线运动飞到(26.61,7.22,7.2)km。初始先验分布为 $\mathbf{X}_{0|0} \sim N(\hat{\mathbf{X}}_{0|0}, \hat{\Sigma}_{0|0})$,其中 $\hat{\mathbf{X}}_{0|0} = [1.11 \text{ km}, 0.16 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}, 5.12 \text{ km}, 0.29 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}, 5.96 \text{ km}, 0.01 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}]$, $\hat{\Sigma}_{0|0} = \text{diag}[0.02^2 \text{ km}^2, 0 \text{ km}^2 \cdot \text{s}^{-2}, 0.02^2 \text{ km}^2, 0 \text{ km}^2 \cdot \text{s}^{-2}, 0.02^2 \text{ km}^2, 0 \text{ km}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$ 。观测时间间隔为 $T=1$ s。过程噪声设为 $\sigma_e=0.1^2 \text{ km}^2 \cdot \text{s}^{-2}$,测量误差设为 $\sigma_e=1.5 \text{ mrad}$ 。

图 5 分别是双站经纬仪的方位角和俯仰角。其中,黑色曲线为目标方位真值,红色为方位测量值。明显可见,双站经纬仪纯方位测量噪声不均匀。这主要是因为经纬仪交会定位目标的过程中,方位测量传输的强几何非线性之外,考虑测量环境的不确定干扰,造成空域方位测量和时域测量信息存在不一致的情况。因此,式(10)和式(24)中采用模糊测度对应有界混合似然表示。

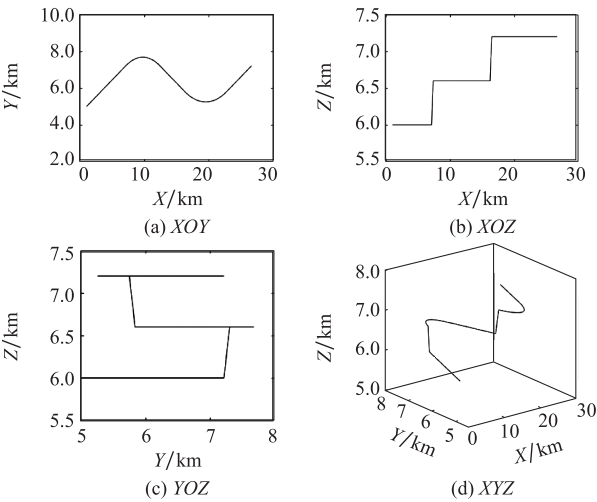


图 4 三维坐标系下目标仿真航迹

Fig. 4 Simulated trajectory in three-dimensional coordinates

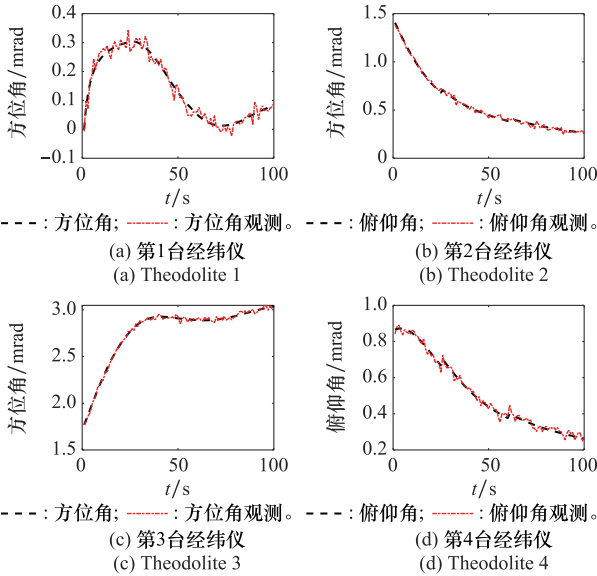


图 5 双站经纬仪的测角信息

Fig. 5 Angle measurement from the dual theodolites

图 6 示出了本节仿真实验的四种比较算法分别在三维空间中,位置、X 轴、Y 轴和 Z 轴运动方向上的 RMSE 趋势。定性分析 IMMEKF、MMRBPF、CAPF 和 SCUPF 4 种算法的跟踪效果可知:一方面,本文提出的 SCUPF 算法整体跟踪误差最小,这主要是因为① 在预测阶段采用几何解析法近似目标可行域中心,改善了传统粒子滤波采样对方差的依赖性;② 在测量更新阶段利用双站对极几何约束校正,克服了传统 UKF 算法对测量噪声的敏感性,提高双站纯方位跟踪状态对随机噪声的抗干扰能力。另一方面,误差趋势和目标机动行为一致,能够及时捕捉机动行为,同时实现稳态估计。这主要是因为通过无迹变换和模糊测度构建混合重要性函数以覆盖多似然信息,从而实现动态调制目标重要性函数,在跟踪过程中尽量多地保持感知到目标机动行为特征。

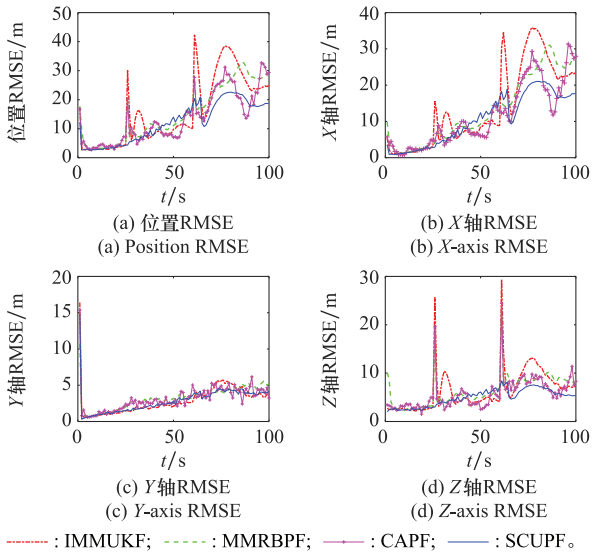


图 6 4 种算法的 RMSE

Fig. 6 RMSE for four algorithms

表 1 统计了 4 种算法运行 100 轮蒙特卡罗实验的滤波误差,包括全部观测时间段的 RMSE、最大偏差(max)和目标机动结束后的 RTAMSE,以及执行一次蒙特卡罗实验所需执行时间。

表 1 100 轮蒙特卡罗实验的滤波误差及执行时间

Table 1 Average filtering error for 100 Monte Carlo simulation experiments and execution time

算法	RMSE/m	max/m	RTAMSE/m	时间/s
IMMUKF	15.4	42.6	15.1	0.04
MMRBPF	16.2	31.0	12.5	4.01
CAPF	13.6	30.0	17.6	2.11
SCUPF	12.0	22.0	10.7	2.47

理论上,粒子滤波计算复杂度是 $O(N_s T_{\text{iter}} n_x^2)$, 其中 T_{iter} 是迭代次数^[11]。而卡尔曼滤波计算复杂度是 $O(T_{\text{iter}} n_x^3)$ 。通常样本数 N_s 远大于目标状态维数 n_x 。因此,定量比较这 4 组参数可知:相比于传统的 IMMEKF 算法,MMRBPF、CAPF 和 SCUPF 3 种不同粒子滤波算法在提高滤波精度的同时,蒙特卡罗实验执行时间随之增加。其中,MMRBPF 计算量最大,主要是因为相比于 CAPF 和 SCUPF,该算法细化状态空间的同时,多模型之间不必要的竞争增大了计算复杂度。而 SCUPF 算法通过 UKF 进行测量更新,在保证滤波精度的同时,相比于迭代近似重要性函数的 CAPF,所需计算量平均下降了 14%。

定性和定量比较均显示,在 $t=25\text{ s}$ 和 $t=45\text{ s}$ 飞机爬升时刻,出现最大滤波偏差。其中,IMMUKF 的最大偏差达到 42.6 m。这主要是因为 UKF 对观测噪声敏感所致。SCUPF 融合粒子滤波能够捕捉大误差下目标机动行为的特点,有效克服了 UKF 在飞机爬升阶段的跟踪难题。

另外,本文提出的 CAPF 算法在目标机动运动结束后 RTAMSE 最大,原因是粒子滤波累积方差而难以维持稳态估计。相比于 CAPF 算法,SCUPF 算法的 RMSE 和 RATMSE 各自减小了 27% 和 41%。这主要是因为 SCUPF 算法通过无迹变换和模糊测度动态调制多域似然和目标真实分布之间的匹配程度,从而维持方差维数不变性,保证了滤波精度。

4 结 论

对于存在空域参量和时域参量不一致情况的双站纯方位跟踪系统,本文通过截断可行域和双站对极几何约束同时优化目标预测和测量更新;采用无迹变换技术将空时软约束融入粒子滤波重要性函数的构建,引入模糊测度动态调制重要性函数以覆盖多域似然。按照这种方法设计空时软约束无迹粒子滤波技术,在不增大计算复杂度数量级的同时,保证系统渐近跟踪目标机动行为。仿真实验验证了该算法的可行性和有效性。

参考文献

- [1] NARDONE S C, AIDALA V J. Observability criteria for bearings-only target motion analysis[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic systems, 1981(2): 162–166.
- [2] KODUKULA S. Three-dimensional submarine-to-submarine passive target tracking in the presence of non-gaussian noises[J]. International Journal of e-Collaboration (IJeC), 2021, 17(3). DOI: 10.4018/IJeC.2021070101.
- [3] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software[M]. Hoboken: Wiley, 2004.
- [4] 王鼎, 李长胜, 张瑞杰. 基于无源定位观测方程的一类伪线性加权最小二乘定位闭式解及其理论性能分析[J]. 中国科学: 信息科学, 2015, 45(9): 1197–1217.
WANG D, LI C S, ZHANG R J. The closed-form solution of quadratic positioning and its theoretical performance analysis for a class of pseudo-linear weighted minimum based on passive positioning observation equation[J]. Chinese Science: Information Science, 2015, 45(9): 1197–1217.
- [5] 邱硕博, 刘军. 无源双站交叉定位误差分析[J]. 舰船电子对抗, 2018, 41(5): 22–26.
QIU S F, LIU J. Error analysis for passive double-station cross location[J]. Shipboard Electronic Countermeasure, 2018, 41(5): 22–26.
- [6] 奚畅, 蔡志明, 袁骏. Leg-by-leg 机动条件下纯方位跟踪的观测站机动策略[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(9): 2413–2421.
XI C, CAI Z M, YUAN J. Observer maneuver strategy for leg-by-leg bearing-only tracking[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(9): 2413–2421.
- [7] SARKKA S. Bayesian filtering and smoothing[M]. Cambridge: Cambridge university press, 2013.
- [8] 孙照强, 王志贵, 孟飞, 等. 基于 EKF 及弹道方程的弹道目标跟踪滤波器设计[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(10): 3207–3212.
SUN Z Q, WANG Z G, MENG F, et al. Novel ballistic tracking arithmetic based on EKF and ballistic kinematics equations[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(10): 3207–3212.
- [9] SADHU S, MONDAL S, SRINIVASAN M, et al. Sigma point Kalman filter for bearing only tracking[J]. Signal processing, 2006, 86(12): 3769–3777.
- [10] GARCIA-FERNANDEZ A F, MORELANDE M R, GRAJAL J. Truncated unscented Kalman filtering[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2012, 60(7): 3372–3386.
- [11] VAN D M R, DOUCET A, DE F N. The unscented particle filter[C]//Proc. of the 13th International Conference on Neural Information Processing Systems, 2000.
- [12] 孔云波, 冯新喜, 鹿传国, 等. 改进高斯混合粒子滤波的纯方位目标跟踪算法[J]. 宇航学报, 2012(7): 971–977.
KONG Y B, FENG X X, LU C G, et al. An Improved Gaussian mixture particle filter based targets tracking algorithm for bearing-only tracking system[J]. Journal of Astronautics, 2012(7): 971–977.
- [13] ZHANG H W. Multiple importance unscented Kalman filtering with soft spatiotemporal constraint for multi-passive-sensor target tracking[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(1): 264–281.
- [14] ELVIRA V, MARTINO L, CLOSAS P. Importance Gaussian quadrature[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2020, 69: 474–488.
- [15] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333–1364.
- [16] 李林, 王国宏, 张翔宇, 等. 临近空间高超声速目标滑跃式轨迹 Sine-AIMM 跟踪算法[J]. 宇航学报, 2021, 42(5): 581–590.
LI L, WANG G H, ZHANG X Y, et al. A sine-AIMM tracking algorithm for near space hypersonic slippage leap maneuvering target[J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(5): 581–590.
- [17] HOSTETTLER R, SÄRKKÄ S. Rao-blackwellized Gaussian smoothing[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 2019, 64(1): 305–312.
- [18] ROBERT C P, ROBERTS G. Rao-Blackwellisation in the Markov chain Monte Carlo era[J]. International Statistical Review, 2021, 89(2): 237–249.
- [19] CHEN Y C, YAN Z B, ZHANG X. Rao-Blackwellized particle filter for asynchronously dependent noises[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2021, 19(6): 2026–2037.
- [20] AFTAB W, MIHAYLOVA L. A learning Gaussian process approach for maneuvering target tracking and smoothing[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 57(1): 278–292.
- [21] SHARMA Y R, RATNOO A. A bearings-only trajectory shaping guidance law with look-angle constraint[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(6): 3303–3315.
- [22] BADRIAS L, ARULAMPALAM S, VAN D H J. Bayesian WIV estimators for 3-D bearings-only TMA with speed constraints[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2019, 67(13): 3576–3591.

- [23] 张小虎, 金学军, 郭金虎, 等. 靶场光测多站图像多目标判读技术[J]. 光学技术, 2006, 32(S1): 398–400, 403.
ZHANG X H, JIN X J, GUO J H, et al. Multitarget interpretation technique for multi-station images of optical measurement in range[J]. Optical technique, 2006, 32(S1): 398–400, 403.
- [24] ZHANG H, ZHOU X, WANG Z P. Maneuvering target tracking with event-based mixture Kalman filter in mobile sensor networks[J]. IEEE Trans. on Cybernetics, 2019, 50(10): 4346–4357.
- [25] GARCÍA-FERNÁNDEZ Á F, MORELANDE M R, GRAJAL J. Mixture truncated unscented Kalman filtering[C]//Proc. of the IEEE 15th International Conference on Information Fusion, 2012: 479–486.
- [26] LIM J, KIM H S, PARK H M. Minimax particle filtering for tracking a highly maneuvering target[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(2): 636–651.
- [27] ZHANG H, XIE W X. Constrained auxiliary particle filtering for bearings-only maneuvering target tracking[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2019, 30(4): 684–695.
- [28] SÄRKKÄ S, SOLIN A, HARTIKAINEN J. Spatiotemporal learning via infinite-dimensional Bayesian filtering and smoothing: a look at Gaussian process regression through Kalman filtering[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(4): 51–61.
- [29] SÄRKKÄ S. Bayesian filtering and smoothing[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- [30] SIMON D. Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(8): 1303–1318.
- [31] LIU C, LI B, CHEN W H. Particle filtering with soft state constraints for target tracking[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(6): 3492–3504.
- [32] 刘宗香, 谢维信, 黄敬雄. 一种用于三维空间杂波环境机动目标跟踪的数据互联方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(4): 848–852.
LIU Z X, XIE W X, HUANG J X. A data association method for maneuvering target tracking in three-dimensiond space under the circumstance of clutter[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(4): 848–852.

作者简介

张宏伟(1982—),女,副研究员,博士,主要研究方向为目标跟踪、非线性滤波、智能信息处理。