

基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法

曾守桢^{1,2,*}, 胡英杰¹

(1. 宁波大学商学院, 浙江 宁波 315211; 2. 复旦大学管理学院, 上海 200433)

摘要: 针对缺失的分布式语言信任社会矩阵以及高度残缺的评价信息,提出一种新的分布式语言信任网络群决策方法。首先,提出了一种分布式语言信任传递模型以填充分布式语言信任社会矩阵中的缺失值。其次,定义了基于分布式语言信任社会矩阵的个体信任中心度和群体信任中心度,并在此基础上提出了确定评价网络中专家权重的方法。再者,鉴于决策矩阵中评价信息存在高度残缺的情形,利用 K -近邻算法评估残缺的评价信息,并基于分布式语言信任函数的距离测度提出一种改进的逼近理想解排序(technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS)法。最后,通过外卖服务平台性价比的综合评估验证该群决策方法的可行性和有效性。

关键词: 分布式语言信任网络; 信任传递模型; 高度残缺; K -近邻算法; 逼近理想解排序法

中图分类号: C 934

文献标志码: A

DOI:10.12305/j.issn.1001-506X.2022.06.17

Group decision making method for distributed linguistic trust network based on highly incomplete information

ZENG Shouzhen^{1,2,*}, HU Yingjie¹

(1. School of Business, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2. School of Management, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Aiming at the missing distributed linguistic trust social matrix and highly incomplete evaluation information, a new group decision-making method for distributed linguistic trust network is proposed. Firstly, a distributed linguistic trust propagation model is proposed to fill the missing values in the distributed linguistic trust social matrix. Secondly, the individual trust centrality and the group trust centrality based on the distributed linguistic trust social matrix are defined, and a method to determine the weight of experts in the evaluation network is proposed. Furthermore, in view of the highly incomplete evaluation information in the decision matrix, the K -nearest neighbor algorithm is used to evaluate the incomplete evaluation information, and an improved technique for order preference by similarity to an ideal solution (TOPSIS) method is proposed based on the distance measure of distributed linguistic trust function. Finally, the feasibility and the effectiveness of the group decision making method are verified by the comprehensive evaluation of the cost performance of the takeout service platform.

Keywords: distributed linguistic trust network; trust propagation model; highly incomplete ness; K -nearest neighbor algorithm; technique for order preference by similarity to an ideal solution (TOPSIS) method

0 引言

近年来, 社会网络背景下的群决策问题受到学者的广泛关注^[1-4], 如群体旅游路线评价、网商信用评价、风险投资项目评估等都是一个社会网络群决策问题。在社会网络群决

策问题的研究中有两个主要问题不能忽视: ① 评价与决策专家间的信任关系网络。由于群决策过程中专家涉及不同的专业领域, 在知识、经验等方面都有其独特的特点, 这意味着不同专家对决策结果有不同的影响, 这种影响体现在专家权重的差异上^[5], 而专家间的信任关系作为专家权重的重要

收稿日期: 2021-06-04; 修回日期: 2021-09-27; 网络优先出版日期: 2022-03-03。

网络优先出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20220303.1754.022.html>

基金项目: 国家统计局研究重点项目(2021LZ33); 浙江省哲学社会科学领军人才培养项目(21QNYC11ZD); 宁波市哲学社科带头人资助课题
* 通讯作者。

引用格式: 曾守桢, 胡英杰. 基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(6): 1907-1919.

Reference format: ZENG S Z, HU Y J. Group decision making method for distributed linguistic trust network based on highly incomplete information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(6): 1907-1919.

来源,其在群决策过程中的重要性不容忽视。相较于人为设定的专家权重,由信任关系网络获取的专家权重显得更加客观;② 专家评价信息的残缺(不完全)性问题。由于部分或所有专家对所涉及的问题缺乏深入的了解,经常会出现专家评价信息残缺或不完整的情况,其直接影响最终的决策结果,故专家评价信息的残缺性问题同样不能忽视。

关于专家间信任关系网络的研究,需关注以下两个方面。① 关于专家间信任关系的表征方式的研究,传统上主要以精确值(离散值与连续值)或二进制数表示为主^[6-9]。其中文献[6]对 Film Trust 网站上的用户进行研究,其利用信任度为 1~10 的范围对电影进行信任度评估(1:最不值得信任;10:最值得信任)。文献[7]利用二元离散值(信任或不信任)表示用户间的信任关系。文献[8]利用区间 $[-1,1]$ 的连续值来表示主体与推荐人之间的信任关系。文献[9]利用 $[0,1]$ 间的实数来表示专家间的信任程度。然而,考虑到信任的主观性、模糊性和不确定性,人们往往更愿意用语言术语来表达信任程度,文献[10]则提出分布式语言信任函数来表征专家间的信任关系,并通过“高”、“中”、“低”3 个等级来表达他们的信任,比传统的二元关系(信任或不信任)更加符合实际情况。② 关于信任传递算子的研究,研究者提出了包括 T-norm、Uninorm (U) 算子等众多信任传递算子^[2-3,9,11-13]。如文献[2]基于 Frank T-norm、T-conorm 设计传递直觉模糊信任关系的信任传递算子。文献[9]基于 T-norm 设计传递实数的信任传递算子。文献[3]和文献[11]分别基于 U 算子和 Einstein T-norm、T-conorm 构造信任传递算子以传递专家间的信任函数关系。文献[12]基于代数 T-norm 设计了信任传递规则。文献[13]基于 Archimedean T-norm 和 T-conorm 设计了区间值双重信任传递算子以传递区间值信任函数关系。上述研究都是以实数、直觉模糊数、信任函数等信任表征方式来设计信任传递算子,然而并没有基于分布式语言信任关系的信任传递算子的相关研究。此外,现有关于分布式语言信任社会矩阵的研究,没有对存在缺失的信任关系进行补全,且专家权重的获取方法都是基于 Q 量词,并未考虑社会矩阵中专家间的信任关系对专家权重的影响^[14-15]。基于此,需提出一种能够传递分布式语言信任关系的传递算子来补全社会矩阵,进而基于信任社会矩阵确定专家权重。考虑到已有的信任传递算子并不适用于分布式语言信任环境,故本文提出一种新的基于代数 T-norm 的分布式语言信任传递算子来补全缺失的信任关系,并基于完整的分布式语言信任社会矩阵定义个体、群体信任中心度的概念以确定专家权重。

针对专家评价信息的残缺性问题,国内外已有众多学者对残缺信息的评估和补全方法进行了分析。文献[4]通过改进的 PageRank 算法和专家信任网络确定专家重要度,进而基于专家的重要度填充不完全的犹豫模糊评价信息。文献[12]利用二元语义表示专家的评价信息,并基于专家间的相对信任得分评估不完全二元语义决策矩阵中未知的二元语义值。文献[16]利用相对信任度和余弦相似度来评估不完全的基于精确数的评价信息。文献[17]提出一种

基于相似度和贴近度的集聚度,并基于集聚度补全不完全偏好关系。文献[18-19]则分别基于信任得分和期望信任度提出专家间的相对信任度,并基于相对信任度评估专家的残缺评价信息。文献[20]提出了一种基于乘法一致性的不完全犹豫模糊偏好关系的归一化和缺失元素的估计方法。文献[21]通过其他类似专家的偏好来估计具有高度残缺(即一些专家可能无法提供关于替代方案的任何单一判断)的偏好信息。

目前,对于残缺偏好信息的研究成果比较多^[4,12,20-22],但是基于高度残缺信息的多属性决策方法还不多见。高度或极端残缺信息在偏好关系环境下是指方案间的偏好关系存在某一行和某一列都未知的情形^[21],而在多属性群决策问题中高度残缺信息可看成是某一方案下关于所有属性的评价信息都未知的情形。同时关于残缺值评估方法,上述大多数文献都是基于其他所有专家的现有评价意见来对残缺值进行评估和补全^[4,12,16-19],这可能会导致某些专家的评价意见并不能被存在残缺信息的专家所接受。而且,根据意见动力学理论,人们更倾向于接受来自相似同伴的意见^[23]。因此,在高度残缺的分布式语言信任评价信息背景下,本文提出一种基于 K-近邻算法的评估方法。首先找出与存在残缺评价信息的专家距离最近(最相似)的 K 个专家,然后基于这 K 个专家的信息对残缺值进行评估。K-近邻算法保证了残缺信息的评估依靠与其最相似的专家意见,而非所有专家。

除了上述两个需注意的问题之外,对方案排序方法的选择也不能忽视。本文将改进的逼近理想解排序(technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS)法引入分布式语言信任决策环境中,提出一种改进的基于分布式语言信任函数距离测度的 TOPSIS 评价方法,能够一定程度上降低仅由单个集成算子决策时造成的信息失真。

综上所述,针对现有研究存在的缺陷,本文提出一种基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法。具体而言,首先提出一种分布式语言信任传递模型,进而补全残缺的分布式语言信任社会矩阵。在此基础上,利用分布式语言信任社会矩阵定义个体信任中心度和群体信任中心度,并通过它们的距离测度获取专家权重。其次,在专家评价信息高度残缺的情况下,根据 K-近邻算法评估和补全专家的残缺评价信息。最后,利用分布式语言信任加权平均算子融合各决策矩阵,并基于改进的 TOPSIS 评价方法对方案进行排序。

1 预备知识

本节主要介绍分布式语言信任函数的一些基本概念以及分布式语言信任网络。

1.1 分布式语言信任函数

定义 1^[10] 设 $D = \{D_\alpha | \alpha = 1, 2, \dots, \xi\}$ 为一个语言术语集,则分布式语言信任函数 T 定义如下:

$$T = \{(D_\alpha, \varphi_\alpha) | \alpha = 1, 2, \dots, \xi\} \quad (1)$$

式中: $D_\alpha \in D$ 是一个语言术语; φ_α 为 D_α 的一个分布式评

估,且 $\sum_{\alpha=1}^{\xi} \varphi_{\alpha} = 1, \varphi_{\alpha} \geq 0$ 。

其中对于任意两个分布式语言信任函数 T^1 和 T^2 ,其运算法则表示如下($\eta, \eta_1, \eta_2 > 0$):

- (1) $T^1 \oplus T^2 = \{(D_{\alpha}, \varphi_{\alpha}^1 + \varphi_{\alpha}^2) | \alpha=1, 2, \dots, \xi\}$;
- (2) $\eta T = \{(D_{\alpha}, \eta \varphi_{\alpha}) | \alpha=1, 2, \dots, \xi\}$;
- (3) $(\eta_1 + \eta_2) T = \eta_1 T \oplus \eta_2 T$;
- (4) $T^1 \oplus T^2 = T^2 \oplus T^1$;
- (5) $\eta(T^1 \oplus T^2) = \eta T^1 \oplus \eta T^2$ 。

定义 2^[10] 设 $\{T^1, T^2, \dots, T^n\}$ 为一个分布式语言信任函数集, $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]^T$ 为相关联的权重向量,且 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \omega_i > 0$,则分布式语言信任函数加权平均(weighted averaging operator of distributed trust function, DTWA)算子定义为

$$\text{DTWA}(T^1, T^2, \dots, T^n) = \{(D_{\alpha}, \bar{\varphi}_{\alpha}) | \alpha=1, 2, \dots, \xi\} \quad (2)$$

式中: $\bar{\varphi}_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \omega_i \varphi_{\alpha}^i$ 。

为了比较分布式语言信任函数的大小,文献[10]定义了分布式语言信任函数的期望度 E 和不确定性度 U 如下:

定义 3^[10] 设 $T = \{(D_{\alpha}, \varphi_{\alpha}) | \alpha=1, 2, \dots, \xi\}$ 为一个分布式语言信任函数, $D_{\alpha} \in D$ 是一个语言术语, φ_{α} 为 D_{α} 的一个分布式评估,且 $\sum_{\alpha=1}^{\xi} \varphi_{\alpha} = 1, \varphi_{\alpha} \geq 0$ 。则分布式语言信任函数 T 的期望度和不确定性度分别定义为

$$E(T) = \sum_{\alpha=1}^{\xi} D_{\alpha} \times \varphi_{\alpha} = D_{\sum_{\alpha=1}^{\xi} \alpha \varphi_{\alpha}} \quad (3)$$

$$U(T) = \frac{1}{\xi} \sum_{\alpha=1}^{\xi} \left[\alpha \varphi_{\alpha} - \sum_{\alpha=1}^{\xi} \alpha \varphi_{\alpha} \right]^2 \quad (4)$$

式中: $E(T)$ 越大,函数 T 的分值度就越大; $U(T)$ 越大,函数 T 的分值度就越小。

1.2 分布式语言信任网络

群决策过程中专家间的信任网络是由专家节点和专家节点间的有向边(即信任关系)组成。而分布式语言信任网络则是指用分布式语言来表示专家间的信任关系,进而构成分布式语言信任网络,如图1所示。其中有向箭头表示专家间的分布式语言信任关系,如专家 e_1 对专家 e_5 是一种直接的信任关系。从图中可以看出,专家 e_1 对专家 e_2 的信任关系未知,没有直接相连的有向箭头,是一种间接的信任关系,可通过中间专家节点(如 e_3 和 e_5)的传递得到专家 e_1 对专家 e_2 的间接信任。

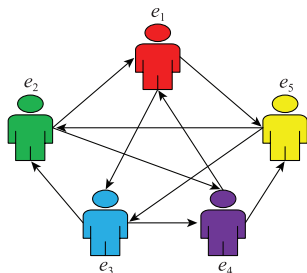


图1 分布式语言信任网络

Fig.1 Distributed linguistic trust network

1.3 T-norm 与代数 T-norm

T-norm 是决策过程中信息聚合的重要工具,目前也被广泛应用于构造社会网络决策过程中的信任传递算子,定义如下:

定义 4^[24] 二元函数 $N: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ 被称为 T-norm 当且仅当满足

- (1) 交换性

$$\forall x, y \in [0, 1], N(x, y) = N(y, x)$$

- (2) 结合性

$$\forall x, y, z \in [0, 1], N(N(x, y), z) = N(x, N(y, z))$$

- (3) 单调性

$$\text{若 } x \leq x_1, y \leq y_1, \text{ 则 } N(x, y) \leq N(x_1, y_1)$$

- (4) 单位元

$$\forall x \in [0, 1], N(1, x) = x$$

代数 T-norm(表示为 $A_{\otimes}$)也是一个 T-norm,其数学表达式为

$$A_{\otimes}(x, y) = x \otimes y = xy \quad (5)$$

由于 T-norm 具有结合性,故代数 T-norm 也具有结合性,即

$$A_{\otimes}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n x_i \quad (6)$$

代数 T-norm 的一个重要性质为: T-norm 小于等于最小算子 min,数学表达式为

$$A_{\otimes}(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \min \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (7)$$

上述性质保证了由代数 T-norm 构造的信任传递算子在传递过程中信任值是递减的。

因此考虑到代数 T-norm 的结合性、小于等于最小算子 min 等特性,下节将提出一种基于代数 T-norm 的分布式语言信任环境下信任传递模型。

2 基于分布式语言信任函数的信任传递模型

目前分布式语言信任社会矩阵大多都是不完整的^[10,14-15],且基于此类不完整的分布式语言信任社会矩阵所求得的专家权重是不精确的,这将影响最终的决策结果。本文通过定义分布式语言信任传递和聚合算子,将不完整的分布式语言信任网络补全。

2.1 基于分布式语言信任函数的信任传递算子

定义 5 设 $\mathfrak{T}$ 是分布式语言信任函数的集合。分布式语言信任传递算子 $P_A, P_A: \mathfrak{T} \times \mathfrak{T} \rightarrow \mathfrak{T}$,其中 T^1 表示专家 e_1 对专家 e_2 的直接信任关系, T^2 表示专家 e_2 对专家 e_3 的直接信任关系,则专家 e_1 对专家 e_3 的信任关系 T^3 可表示为

$$T^3 = P_A(T^1, T^2) = \left\{ \left(D_1, 1 - \sum_{\alpha=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_{\alpha}^1, \varphi_{\alpha}^2) \right), \left(D_2, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2) \right), \dots, \left(D_{\xi}, A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2) \right) \right\} \quad (8)$$

其中,

$$T^1 = \{(D_{\alpha}^1, \varphi_{\alpha}^1) | \alpha=1, 2, \dots, \xi\}$$

$$T^2 = \{(D_\alpha^2, \varphi_\alpha^2) | \alpha=1, 2, \dots, \xi\}$$

下面对信任传递算子 P_A 的特殊情形作简要分析。

(1) 当专家 e_1 完全信任专家 e_2 且专家 e_2 完全信任专家 e_3 时, 可得专家 e_1 完全信任专家 e_3 。

设专家 e_1 对专家 e_2 的完全信任关系表示为 $T^1 = \{(D_1^1, 0), (D_2^1, 0), \dots, (D_\xi^1, 1)\}$, 专家 e_2 对专家 e_3 的完全信任关系表示为 $T^2 = \{(D_1^2, 0), (D_2^2, 0), \dots, (D_\xi^2, 1)\}$, 则专家 e_1 对专家 e_3 的信任关系为

$$T^3 = P_A(T^1, T^2) = \left\{ \left[D_1, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2) \right], \right. \\ \left. (D_2, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2)), \dots, (D_\xi, A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2)) \right\} = \\ \{(D_1, 0), (D_2, 0), \dots, (D_\xi, 1)\}$$

即专家 e_1 完全信任专家 e_3 。

(2) 分以下两种情况讨论: ①当专家 e_1 完全信任专家 e_2 且专家 e_2 完全不信任专家 e_3 时, 可得专家 e_1 完全不信任专家 e_3 ; ②当专家 e_1 完全不信任专家 e_2 且专家 e_2 完全信任专家 e_3 时, 可得专家 e_1 完全不信任专家 e_3 。

下面证明情况①, 其中情况②的证明与情况①类似。

由①可知,

$$\begin{cases} T^1 = \{(D_1^1, 0), (D_2^1, 0), \dots, (D_\xi^1, 1)\} \\ T^2 = \{(D_1^2, 1), (D_2^2, 0), \dots, (D_\xi^2, 0)\} \end{cases}$$

故专家 e_1 对专家 e_3 的信任关系为

$$T^3 = P_A(T^1, T^2) = \left\{ \left[D_1, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2) \right], \right. \\ \left. (D_2, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2)), \dots, (D_\xi, A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2)) \right\} = \\ \{(D_1, 1), (D_2, 0), \dots, (D_\xi, 0)\}$$

即专家 e_1 完全不信任专家 e_3 。

(3) 当专家 e_1 完全不信任专家 e_2 且专家 e_2 对专家 e_3 的信任关系未知时, 可得专家 e_1 完全不信任专家 e_3 。即

$$T^1 = \{(D_1^1, 1), (D_2^1, 0), \dots, (D_\xi^1, 0)\},$$

$$T^2 = \left\{ \left[D_1^2, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} \varphi_a^2 \right], (D_2^2, \varphi_2^2), \dots, (D_\xi^2, \varphi_\xi^2) \right\}$$

则

$$T^3 = P_A(T^1, T^2) = \left\{ \left[D_1, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2) \right], \right. \\ \left. (D_2, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2)), \dots, (D_\xi, A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2)) \right\} = \\ \{(D_1, 1), (D_2, 0), \dots, (D_\xi, 0)\}$$

即专家 e_1 完全不信任专家 e_3 。

此外, 当专家 e_1 完全信任专家 e_2 , 则专家 e_1 对专家 e_3 的信任关系与专家 e_2 对专家 e_3 的信任关系相同。即当 $T^1 = \{(D_1^1, 0), (D_2^1, 0), \dots, (D_\xi^1, 1)\}$ ($E(T^1) = \xi$) 时, $T^3 = P_A(T^1, T^2) = T^2$ 。

同理当专家 e_2 完全信任专家 e_3 时, 专家 e_1 对专家 e_3 的信任关系与专家 e_1 对专家 e_2 的信任关系相同。即当 $T^2 = \{(D_1^2, 0), (D_2^2, 0), \dots, (D_\xi^2, 1)\}$ ($E(T^2) = \xi$) 时, $T^3 = P_A(T^1, T^2) = T^1$ 。

因此, 专家 e_1 对专家 e_3 的信任关系可表示成如下形式:

$$T^3 = P_A(T^1, T^2) =$$

$$\begin{cases} T^1, T^2 = \{(D_1^2, 0), (D_2^2, 0), \dots, (D_\xi^2, 1)\} \\ T^2, T^1 = \{(D_1^1, 0), (D_2^1, 0), \dots, (D_\xi^1, 1)\} \\ \left\{ \left[D_1, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2) \right], (D_2, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2)), \dots, \right. \\ \left. (D_\xi, A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2)) \right\}, \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

由于在路径传递的过程中可能会出现专家个数大于 3, 即中间的专家节点数大于 2 的情形, 因此需要对传递路径上中间的专家节点数大于 2 的情形进行讨论以得出最终的信任关系。

当中间的专家节点数 $n=3$ 时, 有

$$T^4 = P_A(T^1, T^2, T^3) = P_A(P_A(T^1, T^2), T^3) =$$

$$P_A \left\{ \left[\left[D_1^{12}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2) \right], (D_2^{12}, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2)), \dots, (D_\xi^{12}, A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2)) \right], (D_1^3, \varphi_1^3), (D_2^3, \varphi_2^3), \dots, (D_\xi^3, \varphi_\xi^3) \right\} = \\ \left\{ \left[D_1^4, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2), \varphi_a^3) \right], (D_2^4, A_{\otimes}(A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2), \varphi_2^3)), \dots, (D_\xi^4, A_{\otimes}(A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2), \varphi_\xi^3)) \right\} = \\ \left\{ \left[D_1^4, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \varphi_a^3) \right], (D_2^4, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \varphi_2^3)), \dots, (D_\xi^4, A_{\otimes}(\varphi_\xi^1, \varphi_\xi^2, \varphi_\xi^3)) \right\}$$

其中, 代数 T-norm ($A_{\otimes}$) 具有结合性, 即

$$A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \varphi_a^3) = A_{\otimes}(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2), \varphi_a^3) = A_{\otimes}(\varphi_a^1, A_{\otimes}(\varphi_a^2, \varphi_a^3))$$

且有

$$T^1 \neq \{(D_1^1, 0), (D_2^1, 0), \dots, (D_\xi^1, 1)\}$$

$$T^2 \neq \{(D_1^2, 0), (D_2^2, 0), \dots, (D_\xi^2, 1)\}$$

$$T^3 \neq \{(D_1^3, 0), (D_2^3, 0), \dots, (D_\xi^3, 1)\}$$

则当 $n \geq 3$ 可得:

$$T^{n+1} = P_A(T^1, T^2, \dots, T^n) = P_A(P_A(T^1, T^2, \dots, T^{n-1}), T^n) =$$

$$\left\{ \left[D_1^{n+1}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^{n-1}), \varphi_a^n \right) \right], \left(D_2^{n+1}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^{n-1}), \varphi_2^n \right) \right), \dots, \left(D_{\xi}^{n+1}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^{n-1}), \varphi_{\xi}^n \right) \right) \right\} =$$

$$\left\{ \left[D_1^{n+1}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^n) \right], \left(D_2^{n+1}, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^n) \right), \dots, \left(D_{\xi}^{n+1}, A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^n) \right) \right\} \quad (10)$$

(1) 当 $n=3$ 时等式成立, 已证。

(2) 假设当 $n=k$ 时等式成立, 则当 $n=k+1$ 时, 有

$$T^{k+2} = P_A(T^1, T^2, \dots, T^k, T^{k+1}) = P_A(P_A(T^1, T^2, \dots, T^k), T^{k+1}) =$$

$$P_A \left\{ \left[D_1, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^{k-1}), \varphi_a^k \right) \right], \left(D_2, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^{k-1}), \varphi_2^k \right) \right), \dots, \right.$$

$$\left. \left(D_{\xi}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^{k-1}), \varphi_{\xi}^k \right) \right) \right\}, \left(D_1^{k+1}, \varphi_1^{k+1} \right), \left(D_2^{k+1}, \varphi_2^{k+1} \right), \dots, \left(D_{\xi}^{k+1}, \varphi_{\xi}^{k+1} \right) \right\} =$$

$$\left\{ \left[D_1^{k+2}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes} \left(A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^{k-1}), \varphi_a^k \right), \varphi_a^{k+1} \right) \right], \left[D_2^{k+2}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^{k-1}), \varphi_2^k \right), \varphi_2^{k+1} \right) \right], \dots, \right.$$

$$\left. \left[D_{\xi}^{k+2}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^{k-1}), \varphi_{\xi}^k \right), \varphi_{\xi}^{k+1} \right) \right] \right\} =$$

$$\left\{ \left[D_1^{k+2}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^k), \varphi_a^{k+1} \right) \right], \left(D_2^{k+2}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^k), \varphi_2^{k+1} \right) \right), \dots, \left(D_{\xi}^{k+2}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^k), \varphi_{\xi}^{k+1} \right) \right) \right\} =$$

$$\left\{ \left[D_1^{k+2}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^{k+1}) \right], \left(D_2^{k+2}, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^{k+1}) \right), \dots, \left(D_{\xi}^{k+2}, A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^{k+1}) \right) \right\}$$

其中

$$A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^{k+1}) = A_{\otimes}(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^k), \varphi_a^{k+1}) = A_{\otimes}(\varphi_a^1, A_{\otimes}(\varphi_a^2, \varphi_a^3, \dots, \varphi_a^{k+1}))$$

$$T^1 \neq \{(D_1^1, 0), (D_2^1, 0), \dots, (D_{\xi}^1, 1)\}, T^2 \neq \{(D_1^2, 0), (D_2^2, 0), \dots, (D_{\xi}^2, 1)\}, \dots, T^{k+1} \neq \{(D_1^{k+1}, 0), (D_2^{k+1}, 0), \dots, (D_{\xi}^{k+1}, 1)\}$$

基于式(6)和式(10), 可得

$$T^{n+1} = P_A(T^1, T^2, \dots, T^n) = P_A(P_A(T^1, T^2, \dots, T^{n-1}), T^n) =$$

$$\left\{ \left[D_1^{n+1}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^{n-1}), \varphi_a^n \right) \right], \left(D_2^{n+1}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^{n-1}), \varphi_2^n \right) \right), \dots, \left(D_{\xi}^{n+1}, A_{\otimes} \left(A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^{n-1}), \varphi_{\xi}^n \right) \right) \right\} =$$

$$\left\{ \left[D_1^{n+1}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} A_{\otimes}(\varphi_a^1, \varphi_a^2, \dots, \varphi_a^n) \right], \left(D_2^{n+1}, A_{\otimes}(\varphi_2^1, \varphi_2^2, \dots, \varphi_2^n) \right), \dots, \left(D_{\xi}^{n+1}, A_{\otimes}(\varphi_{\xi}^1, \varphi_{\xi}^2, \dots, \varphi_{\xi}^n) \right) \right\} =$$

$$\left\{ \left[D_1^{n+1}, 1 - \sum_{a=2}^{\xi} \prod_{i=1}^n \varphi_a^i \right], \left[D_2^{n+1}, \prod_{i=1}^n \varphi_2^i \right], \dots, \left[D_{\xi}^{n+1}, \prod_{i=1}^n \varphi_{\xi}^i \right] \right\} \quad (11)$$

2.2 基于分布式语言信任函数的信任聚合算子

考虑到信任传递过程中存在多条传递路径的情况,本文提出一种基于路径长度的诱导有序加权平均(induced ordered weighted averaging operator based on path length, L-IOWA)算子来聚合多条路径的信任信息,以保证每条路径的信任信息得到充分利用。首先定义在多条路径情形下路径 P_i 优于路径 P_j 的情况。

定义 6 设 L 表示路径的长度, E 表示分布式语言信任函数的期望,则路径 P_i 优于路径 P_j 的定义如下:

- (1) $L(i) < L(j) \Rightarrow P_i \succ P_j$;
- (2) $L(i) = L(j) \wedge E(T^i) > E(T^j) \Rightarrow P_i \succ P_j$ 。

对于多条信任传递路径权重的计算,本文利用有序加权平均(order weighted averaging, OWA)算子进行赋权^[11],即 $w_i = Q(i/n) - Q((i-1)/n)$, $i=1, 2, \dots, n$, 其中 w_i 表示第 i 条信任传递路径的权重且 $\sum_{i=1}^n w_i = 1 (w_i \geq 0)$ 。 Q 表示正则单调递增函数,满足 $Q(r) = r^a$, $a \in [0, 1]$, 且 $Q: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $Q(0) = 0$, $Q(1) = 1$ 。

基于路径间的优先排序以及路径权重,我们提出一种基于路径长度的诱导有序加权平均算子以融合多路径的信任信息,定义如下。

定义 7 设 $\langle P_1, P_A^1(T^h, T^s) \rangle, \langle P_2, P_A^2(T^h, T^s) \rangle, \dots, \langle P_n, P_A^n(T^h, T^s) \rangle$ 表示从专家 e_h 到专家 e_s 的 n 条信任传递路径,则 L-IOWA 算子定义为

$$L-IOWA(T^h, T^s) = \sum_{i=1}^n w_i P_A^i(T^h, T^s) \quad (12)$$

式中: $P_A^i(T^h, T^s)$ 表示专家 e_h 到专家 e_s 的第 i 条信任传递路径的分布式语言信任函数; w_i 表示第 i 条信任传递路径的权重。

2.3 基于分布式语言信任网络的专家权重获取

在得到完整的分布式语言信任网络后,本文提出一种基于个体信任中心度和群体信任中心度的专家权重求解方法,定义如下。

定义 8 设 T_{hs} 表示分布式语言信任网络中专家 e_h 对专家 e_s 的信任关系,则个体信任中心度(individual trust centrality, ITC)和群体信任中心度(group trust centrality, GTC)分别为

$$ITC(e_s) = \frac{1}{l-1} \sum_{h=1, h \neq s}^l T_{hs} \quad (13)$$

$$GTC(e_g) = \frac{1}{l} \sum_{s=1}^l ITC(e_s) = \frac{1}{l(l-1)} \sum_{s=1}^l \sum_{h=1, h \neq s}^l T_{hs} \quad (14)$$

故专家 e_s 权重定义为

$$\omega_s = \frac{1 - d[ITC(e_s), GTC(e_g)]}{\sum_{s=1}^l (1 - d[ITC(e_s), GTC(e_g)])} \quad (15)$$

式中: $d[ITC(e_s), GTC(e_g)]$ 表示个体信任中心度和群体信任中心度的距离测度; ω_s 满足 $\omega_s \geq 0$, $\sum_{s=1}^l \omega_s = 1$ 。其中分布式语言信任函数的距离测度定义如下。

定义 9 设 $T^1 = \{(D_\alpha^1, \varphi_\alpha^1) | \alpha = 1, 2, \dots, \xi\}$ 和 $T^2 = \{(D_\alpha^2, \varphi_\alpha^2) | \alpha = 1, 2, \dots, \xi\}$ 为两个分布式语言信任函数,则

T^1 与 T^2 之间的距离测度定义为

$$d(T^1, T^2) = \sqrt{\frac{1}{\xi} \sum_{\alpha=1}^{\xi} |\varphi_\alpha^1 - \varphi_\alpha^2|^2} \quad (16)$$

该距离测度满足以下性质:

设 $T^i = \{(D_\alpha^i, \varphi_\alpha^i) | \alpha = 1, 2, \dots, \xi\} (i=1, 2, 3)$ 为 3 个分布式语言信任函数,则

- (1) $0 \leq d(T^1, T^2) \leq 1$;
- (2) $d(T^1, T^2) = 0$ 当且仅当 $T^1 = T^2$;
- (3) $d(T^1, T^2) = d(T^2, T^1)$;
- (4) $d(T^1, T^3) \leq d(T^1, T^2) + d(T^2, T^3)$ 。

2.4 高度残缺信息的评估(K-近邻算法)

在现实的群决策过程中经常会存在这样的情况,即部分专家对所涉及的问题缺乏深入的了解,导致专家提供的评价信息存在残缺的情形。目前对于偏好信息残缺或不完全问题的研究成果比较多^[4, 12, 17, 20-22],但基于高度残缺信息的多属性决策方法还不多见。同时,关于残缺信息评估方法,很多文献都是基于其他所有专家的评价意见来评估残缺值^[4, 12, 16-19],忽略了存在残缺评价信息的专家对其他专家评价意见的接受意愿,而且人们更倾向于接受来自相似同伴的意见^[23]。基于此,本文研究在分布式语言信任决策环境下评价信息存在高度残缺的情形,并利用 K-近邻算法评估专家的高度残缺评价信息以保证评估值能被存在残缺评价信息的专家所接受,即通过找出与决策矩阵中具有高度残缺评价信息的专家距离最近的 K 个专家,即 K 个与具有高度残缺评价信息的专家最相似且属于同一类别的专家,并基于这 K 个专家评估残缺的评价信息。具体过程如下:

- (1) 计算其他专家与存在高度残缺评价信息专家的距离;
- (2) 通过距离测度,确定 K 个距离最近的专家;
- (3) 利用式(2)评估残缺的评价信息。

其中第一步中的距离测度通过以下公式进行计算。即假设有 l 个专家 $e_s (s=1, 2, \dots, l)$, 相应的决策矩阵为 $A^s (s=1, 2, \dots, l)$, 有 m 个备选方案 $X_i (i=1, 2, \dots, m)$, n 个评价属性 $C_j (j=1, 2, \dots, n)$ 。设 A^h 为具有高度残缺评价信息的专家决策矩阵,则 A^h 与 A^s 之间的距离测度定义为

$$d(A^h, A^s) = \sqrt{\frac{1}{\#T_{ij}^h} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{1}{\xi} |\varphi_{\alpha, ij}^h - \varphi_{\alpha, ij}^s|^2 ((i, j) \in KV^h)} \quad (17)$$

式中: $KV^h = \{(i, j) \in E^h | T_{ij}^h \text{ 是已知的}\}$, $E^h = \{(i, j) | i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n\}$; $MV^h = \{(i, j) \in E^h | T_{ij}^h \text{ 是未知的}\}$; 其中, $\#T_{ij}^h$ 表示决策矩阵 A^h 中已知的分布式语言信任评价信息的个数。

3 基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法

3.1 基于分布式语言信任函数的改进 TOPSIS 方法

在补全分布式语言信任决策矩阵后,根据式(2)将各个分布式语言信任决策矩阵整合成分布式语言信任群决策矩阵,表示为

$$A=(T_{ij})_{m\times n}=\begin{pmatrix}T_{11}&T_{12}&\cdots&T_{1n}\\T_{21}&T_{22}&\cdots&T_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\T_{m1}&T_{m2}&\cdots&T_{mn}\end{pmatrix}$$

此时,可计算分布式语言信任正、负理想解,用 X^+ 表示分布式语言信任正理想解, X^- 表示分布式语言信任负理想解:

$$X^+=\{G_j, \max_i \langle E(T_{ij}) \rangle | j=1,2,\cdots,n\} = \{\langle G_1, T_{11}^+ \rangle, \langle G_2, T_{21}^+ \rangle, \cdots, \langle G_n, T_{n1}^+ \rangle\} \quad (18)$$

$$X^-=\{G_j, \min_i \langle E(T_{ij}) \rangle | j=1,2,\cdots,n\} = \{\langle G_1, T_{11}^- \rangle, \langle G_2, T_{21}^- \rangle, \cdots, \langle G_n, T_{n1}^- \rangle\} \quad (19)$$

根据式(18)和式(19)以及定义 9 的距离测度公式可计算每个方案 X_i 与分布式语言信任正理想解 X^+ 、负理想解 X^- 之间的距离,即

$$d(X_i, X^+) = \sum_{j=1}^n \omega_j d(T_{ij}, T_j^+) = \sum_{j=1}^n \omega_j \sqrt{\frac{1}{\xi} \sum_{a=1}^{\xi} |\varphi_{ij,a} - \varphi_{j,a}^+|^2} \quad (20)$$

$$d(X_i, X^-) = \sum_{j=1}^n \omega_j d(T_{ij}, T_j^-) = \sum_{j=1}^n \omega_j \sqrt{\frac{1}{\xi} \sum_{a=1}^{\xi} |\varphi_{ij,a} - \varphi_{j,a}^-|^2} \quad (21)$$

其中, $d(X_i, X^+)$ 越小,表明方案 X_i 越好; $d(X_i, X^-)$ 越大,表明方案 X_i 越好。

因此,可计算每个方案 X_i 的改进贴近度(improved

closeness degree,ICD)为

$$ICD(X_i) = \frac{d(X_i, X^-)}{d_{\max}(X_i, X^-)} - \frac{d(X_i, X^+)}{d_{\min}(X_i, X^+)} \quad (22)$$

式中: $d_{\min}(X_i, X^+) = \min_{1 \leq i \leq m} d(X_i, X^+)$; $d_{\max}(X_i, X^-) = \max_{1 \leq i \leq m} d(X_i, X^-)$ 。

进而基于 $ICD(X_i)$ 对方案进行排序。

3.2 基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法

综上,基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法的具体步骤如下。

步骤 1 基于分布式语言信任传递算子式(11)和聚合算子式(12)将分布式语言信任社会矩阵补全。

步骤 2 基于式(16),计算个体信任中心度和群体信任中心度的距离测度,进而获取专家权重。

步骤 3 基于 K -近邻算法获取与存在高度残缺信息的专家距离最近的 K 个专家,并通过专家权重和式(2)将残缺信息补全。

步骤 4 计算群决策矩阵 A ,并利用式(18)~式(21)计算每个方案 X_i 与分布式语言信任正理想解 X^+ 和负理想解 X^- 之间的距离。

步骤 5 基于式(22),计算每个方案 X_i 的贴近度 $ICD(X_i)$,并根据其大小对方案进行排序。

相应地,该群决策方法的流程如图 2 所示。

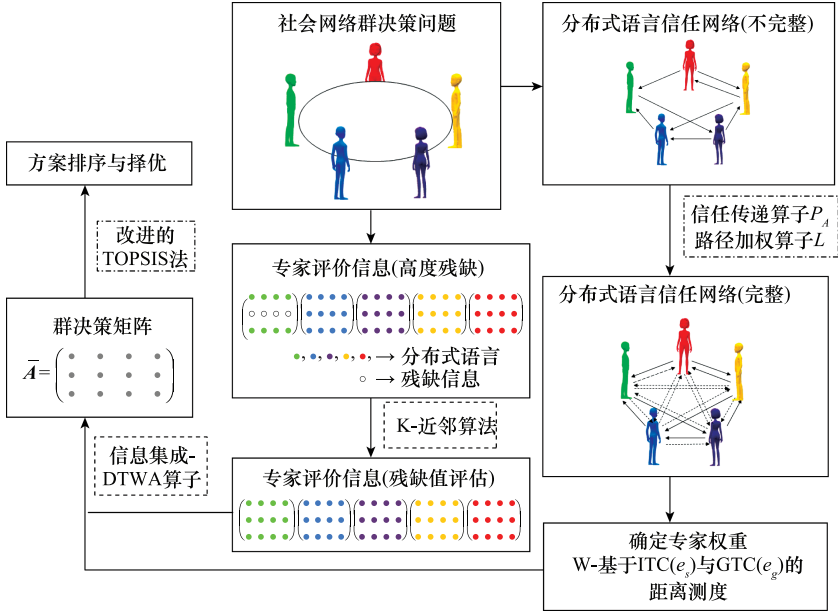


图 2 基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法框架图

Fig. 2 Framework of group decision making method for distributed linguistic trust network based on highly incomplete information

综上所述,该群决策方法的特点及创新点主要体现在以下几个方面。

(1) 设计了传递分布式语言信任关系的信任传递模型,并基于信任关系定义个体信任中心度 ITC 和群体信任中心度 GTC ,进而获取专家权重,克服了已有文献关于分布式语

言信任社会矩阵的研究中存在缺失信任关系的缺陷,同时弥补了专家权重获取时未考虑专家间信任关系的不足。

(2) 基于高度残缺信息的决策问题,提出了在高度残缺分布式语言评价信息环境下的 K -近邻算法,相较于基于其余专家的评价信息对残缺值进行评估的方法,利用相似专家

的评价意见评估残缺值,更能反映存在残缺信息的专家对评价意见的接受意愿,即并非所有专家的评价意见都能被接受。

(3) 将改进的 TOPSIS 引入分布式语言环境中,并结合 DTWA 算子对方案择优,可有效避免由单个 DTWA 算子对方案择优所带来的信息失真问题。

4 决策应用分析

4.1 实例分析

假设有 3 个外卖平台 $\{X_1, X_2, X_3\}$, 相应的属性为餐品

的安全性、外卖的配送快慢程度、餐品下单的优惠力度、餐品的美味程度,即属性集 $\{C_1, C_2, C_3, C_4\}$, 属性权重分别为 $w=[0.35, 0.3, 0.15, 0.2]^T$ 。现需为大学新生推荐一款性价比最高的外卖平台,故咨询五位在校大学生 $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, 利用式(1)中分布式语言信任函数 T , 并综合上述 4 个属性对 3 个外卖平台进行评价,以选出性价比最高的外卖平台。其中,假定式(1)中 $\xi=3$, 且令 D_1 = “低”, D_2 = “中等”, D_3 = “高”。此外,上述 5 位大学生可构成如下的分布式语言信任社会矩阵:

$$S_L = \begin{bmatrix} \times & \{(D_1, 0.0), (D_2, 0.3), (D_3, 0.7)\} & - & - & \{(D_1, 0.1), (D_2, 0.3), (D_3, 0.6)\} \\ \{(D_1, 0.2), (D_2, 0.3), (D_3, 0.5)\} & \times & - & \{(D_1, 0.4), (D_2, 0.2), (D_3, 0.4)\} & - \\ - & \{(D_1, 0.1), (D_2, 0.4), (D_3, 0.5)\} & \times & \{(D_1, 0.3), (D_2, 0.2), (D_3, 0.5)\} & - \\ - & - & - & \times & \{(D_1, 0.1), (D_2, 0.1), (D_3, 0.8)\} \\ - & - & \{(D_1, 0.3), (D_2, 0.3), (D_3, 0.4)\} & - & \times \end{bmatrix}$$

式中:“—”表示专家间不存在直接信任关系;“×”表示专家对自我的信任不予考虑。

步骤 1 根据信任传递算子式(11)和信任聚合算子式(12),将分布式语言信任社会矩阵补全。以专家 e_1 对专家 e_4 的信任关系为例,专家 e_1 到专家 e_4 有 3 条信任传递路径,分别为 $L_1: e_1 \rightarrow e_2 \rightarrow e_4$, $L_2: e_1 \rightarrow e_5 \rightarrow e_3 \rightarrow e_4$ 和 $L_3: e_1 \rightarrow e_5 \rightarrow e_3 \rightarrow e_2 \rightarrow e_4$, 根据式(11)可得

$$P_A^{L_1}(T^{12}, T^{24}) = P_A^{L_1} \{((D_1, 0.0), (D_2, 0.3), (D_3, 0.7)), ((D_1, 0.4), (D_2, 0.2), (D_3, 0.4))\} = \{(D_1, 0.660), (D_2, 0.060), (D_3, 0.280)\}$$

$$P_A^{L_2}(T^{15}, T^{53}, T^{34}) = P_A^{L_2} \{((D_1, 0.1), (D_2, 0.3), (D_3, 0.6)), ((D_1, 0.3), (D_2, 0.3), (D_3, 0.4)), ((D_1, 0.3), (D_2, 0.2), (D_3, 0.5))\} =$$

$$\{(D_1, 0.862), (D_2, 0.018), (D_3, 0.120)\}$$

$$P_A^{L_3}(T^{15}, T^{53}, T^{32}, T^{24}) = P_A^{L_3} \{((D_1, 0.1), (D_2, 0.3), (D_3, 0.6)), ((D_1, 0.3), (D_2, 0.3), (D_3, 0.4)), ((D_1, 0.1), (D_2, 0.4), (D_3, 0.5)), ((D_1, 0.4), (D_2, 0.2), (D_3, 0.4))\} = \{(D_1, 0.945), (D_2, 0.007), (D_3, 0.048)\}$$

上述 3 条传递路径的权重可由 Q 量词计算,令 $a=0.5$, 可得 $w_1=0.58, w_2=0.24, w_3=0.18$ 。故专家 e_1 对专家 e_4 的信任关系为

$$P_A^{L_1 \rightarrow e_4} = 0.58 \cdot P_A^{L_1} + 0.24 \cdot P_A^{L_2} + 0.18 \cdot P_A^{L_3} = \{(D_1, 0.760), (D_2, 0.040), (D_3, 0.200)\}$$

其他专家间的信任关系可类似计算,故可得如下完整的分布式语言信任社会矩阵:

$$S_L = \begin{bmatrix} \times & \{(D_1, 0.0), (D_2, 0.3), (D_3, 0.7)\} & \{(D_1, 0.739\ 2), (D_2, 0.064\ 4), (D_3, 0.196\ 4)\} & \{(D_1, 0.760), (D_2, 0.040), (D_3, 0.200)\} & \{(D_1, 0.1), (D_2, 0.3), (D_3, 0.6)\} \\ \{(D_1, 0.2), (D_2, 0.3), (D_3, 0.5)\} & \times & \{(D_1, 0.832), (D_2, 0.042), (D_3, 0.126)\} & \{(D_1, 0.4), (D_2, 0.2), (D_3, 0.4)\} & \{(D_1, 0.546), (D_2, 0.140), (D_3, 0.314)\} \\ \{(D_1, 0.630), (D_2, 0.120), (D_3, 0.250)\} & \{(D_1, 0.1), (D_2, 0.4), (D_3, 0.5)\} & \times & \{(D_1, 0.3), (D_2, 0.2), (D_3, 0.5)\} & \{(D_1, 0.681\ 5), (D_2, 0.021\ 7), (D_3, 0.296\ 8)\} \\ \{(D_1, 0.916), (D_2, 0.004), (D_3, 0.080)\} & \{(D_1, 0.828), (D_2, 0.012), (D_3, 0.160)\} & \{(D_1, 0.650), (D_2, 0.030), (D_3, 0.320)\} & \times & \{(D_1, 0.1), (D_2, 0.1), (D_3, 0.8)\} \\ \{(D_1, 0.864), (D_2, 0.036), (D_3, 0.100)\} & \{(D_1, 0.680), (D_2, 0.120), (D_3, 0.200)\} & \{(D_1, 0.3), (D_2, 0.3), (D_3, 0.4)\} & \{(D_1, 0.785), (D_2, 0.050), (D_3, 0.165)\} & \times \end{bmatrix}$$

步骤 2 根据式 (13) 和式 (14), 可得决策专家的信任中心度和群体信任中心度:
 $ITC(e_1)=\{(D_1,0.652\ 5),(D_2,0.115\ 0),(D_3,0.232\ 5)\}$
 $ITC(e_2)=\{(D_1,0.402),(D_2,0.208),(D_3,0.390)\}$
 $ITC(e_3)=\{(D_1,0.630),(D_2,0.109),(D_3,0.261)\}$
 $ITC(e_4)=\{(D_1,0.561),(D_2,0.123),(D_3,0.316)\}$
 $ITC(e_5)=\{(D_1,0.357),(D_2,0.140),(D_3,0.503)\}$
 $GTC(e_g)=\{(D_1,0.520\ 5),(D_2,0.139\ 0),(D_3,0.340\ 5)\}$
进而根据式 (15), 得到专家权重

$\omega_1=0.197$
 $\omega_2=0.200$
 $\omega_3=0.201$
 $\omega_4=0.212$
 $\omega_5=0.190$

步骤 3 根据 K-近邻算法计算与专家 e_1 距离最近的 K 个专家, 并利用 K 个专家的权重评估专家 e_1 的残缺值。其中 5 位专家的分布式语言信任评估矩阵分别如表 1~表 5 所示。

表 1 专家 e_1 的分布式语言信任评估矩阵
Table 1 Distributed linguistic trust evaluation matrix of expert e_1

e_1	C_1	C_2	C_3	C_4
X_1	$\{(D_1,0.1),(D_2,0.7),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.5),(D_3,0.3)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.5),(D_3,0.3)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.1),(D_3,0.7)\}$
X_2	—	—	—	—
X_3	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.2),(D_3,0.3)\}$	$\{(D_1,0.6),(D_2,0.3),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.4),(D_2,0.5),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.1),(D_2,0.8),(D_3,0.1)\}$

表 2 专家 e_2 的分布式语言信任评估矩阵
Table 2 Distributed linguistic trust evaluation matrix of expert e_2

e_2	C_1	C_2	C_3	C_4
X_1	$\{(D_1,0.1),(D_2,0.0),(D_3,0.9)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.6),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.2),(D_3,0.8)\}$	$\{(D_1,0.7),(D_2,0.3),(D_3,0.0)\}$
X_2	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.3),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.6),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.8),(D_2,0.2),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.7),(D_3,0.0)\}$
X_3	$\{(D_1,0.4),(D_2,0.6),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.4),(D_3,0.4)\}$	$\{(D_1,0.6),(D_2,0.4),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.5),(D_3,0.5)\}$

表 3 专家 e_3 的分布式语言信任评估矩阵
Table 3 Distributed linguistic trust evaluation matrix of expert e_3

e_3	C_1	C_2	C_3	C_4
X_1	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.7),(D_3,0.3)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.8),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.4),(D_3,0.4)\}$	$\{(D_1,0.1),(D_2,0.1),(D_3,0.8)\}$
X_2	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.3),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.7),(D_2,0.2),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.6),(D_2,0.4),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.4),(D_2,0.4),(D_3,0.2)\}$
X_3	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.3),(D_3,0.5)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.4),(D_3,0.4)\}$	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.9),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.4),(D_2,0.5),(D_3,0.1)\}$

表 4 专家 e_4 的分布式语言信任评估矩阵
Table 4 Distributed linguistic trust evaluation matrix of expert e_4

e_4	C_1	C_2	C_3	C_4
X_1	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.4),(D_3,0.6)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.3),(D_3,0.5)\}$	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.7),(D_3,0.3)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.4),(D_3,0.3)\}$
X_2	$\{(D_1,0.8),(D_2,0.2),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.4),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.6),(D_2,0.3),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.7),(D_3,0.1)\}$
X_3	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.6),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.3),(D_3,0.5)\}$	$\{(D_1,0.2),(D_2,0.7),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.1),(D_2,0.9),(D_3,0.0)\}$

表 5 专家 e_5 的分布式语言信任评估矩阵
Table 5 Distributed linguistic trust evaluation matrix of expert e_5

e_5	C_1	C_2	C_3	C_4
X_1	$\{(D_1,0.4),(D_2,0.5),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.4),(D_3,0.3)\}$	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.3),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.0),(D_3,0.5)\}$
X_2	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.4),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.5),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.6),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.6),(D_2,0.4),(D_3,0.0)\}$
X_3	$\{(D_1,0.3),(D_2,0.7),(D_3,0.0)\}$	$\{(D_1,0.0),(D_2,0.8),(D_3,0.2)\}$	$\{(D_1,0.5),(D_2,0.4),(D_3,0.1)\}$	$\{(D_1,0.4),(D_2,0.6),(D_3,0.0)\}$

通过式 (17) 计算专家 e_1 与其余专家的距离测度, 可得
 $d(e_1,e_2)=0.356$
 $d(e_1,e_3)=0.218$
 $d(e_1,e_4)=0.238$
 $d(e_1,e_5)=0.258$
取 $K=3$, 则根据上述距离测度可得, 与专家 e_1 距离最近的 3 个专家分别为专家 e_3,e_4,e_5 , 故专家 e_1 的残缺值可

评估为
 $XC_{2j}^1=\rho_1XC_{2j}^3+\rho_2XC_{2j}^4+\rho_3XC_{2j}^5, j=1,2,3,4$ (23)
其中, ρ_1,ρ_2,ρ_3 为专家 e_3,e_4,e_5 的权重标准化后的值, 即
 $\rho_1=0.333,\rho_2=0.352,\rho_3=0.315$ 。进一步计算可得
 $XC_{21}^1=\{(D_1,0.605\ 6),(D_2,0.296\ 3),(D_3,0.098\ 1)\}$
 $XC_{22}^1=\{(D_1,0.503\ 6),(D_2,0.364\ 9),(D_3,0.131\ 5)\}$
 $XC_{23}^1=\{(D_1,0.505\ 5),(D_2,0.427\ 8),(D_3,0.066\ 7)\}$

$XC_{24}^1 = \{(D_1, 0.392\ 6), (D_2, 0.505\ 6), (D_3, 0.101\ 8)\}$

X^+ 和负理想解 X^- 之间的距离 $d(X_i, X^+)$ 和 $d(X_i, X^-)$ 。

步骤 4 计算每个方案 X_i 与分布式语言信任正理想解

首先根据式(2)计算群决策矩阵,结果如表 6 所示。

表 6 基于分布式语言信任函数的群决策矩阵

Table 6 Group decision matrix based on distributed linguistic trust function

e_g	C_1	C_2	C_3	C_4
X_1	$\{(D_1, 0.116), (D_2, 0.458), (D_3, 0.426)\}$	$\{(D_1, 0.239), (D_2, 0.519), (D_3, 0.242)\}$	$\{(D_1, 0.175), (D_2, 0.424), (D_3, 0.401)\}$	$\{(D_1, 0.358), (D_2, 0.185), (D_3, 0.457)\}$
X_2	$\{(D_1, 0.584), (D_2, 0.297), (D_3, 0.119)\}$	$\{(D_1, 0.463), (D_2, 0.412), (D_3, 0.125)\}$	$\{(D_1, 0.564\ 4), (D_2, 0.382\ 3), (D_3, 0.053\ 3)\}$	$\{(D_1, 0.374), (D_2, 0.544), (D_3, 0.082)\}$
X_3	$\{(D_1, 0.318), (D_2, 0.480), (D_3, 0.202)\}$	$\{(D_1, 0.241), (D_2, 0.435), (D_3, 0.324)\}$	$\{(D_1, 0.336), (D_2, 0.584), (D_3, 0.080)\}$	$\{(D_1, 0.197), (D_2, 0.663), (D_3, 0.140)\}$

根据表 6 可计算正负理想解 X^+ 和 X^- :

$$X^+ = \{((D_1, 0.116), (D_2, 0.458), (D_3, 0.426)),$$
$$((D_1, 0.241), (D_2, 0.435), (D_3, 0.324)),$$
$$((D_1, 0.175), (D_2, 0.424), (D_3, 0.401)),$$
$$((D_1, 0.358), (D_2, 0.185), (D_3, 0.457))\}$$
$$X^- = \{((D_1, 0.584), (D_2, 0.297), (D_3, 0.119)),$$
$$((D_1, 0.463), (D_2, 0.412), (D_3, 0.125)),$$
$$((D_1, 0.564\ 4), (D_2, 0.382\ 3), (D_3, 0.053\ 3)),$$
$$((D_1, 0.374), (D_2, 0.544), (D_3, 0.082))\}$$

则可得

$$d(X_1, X^+) = 0.020$$
$$d(X_2, X^+) = 0.275$$
$$d(X_3, X^+) = 0.164$$
$$d(X_1, X^-) = 0.271$$
$$d(X_2, X^-) = 0$$
$$d(X_3, X^-) = 0.171$$

步骤 5 根据式(22)计算每个方案 X_i 的贴近度 $ICD(X_i)$, $i=1, 2, 3$:

$$ICD(X_1) = 0$$
$$ICD(X_2) = -13.54$$
$$ICD(X_3) = -7.441$$

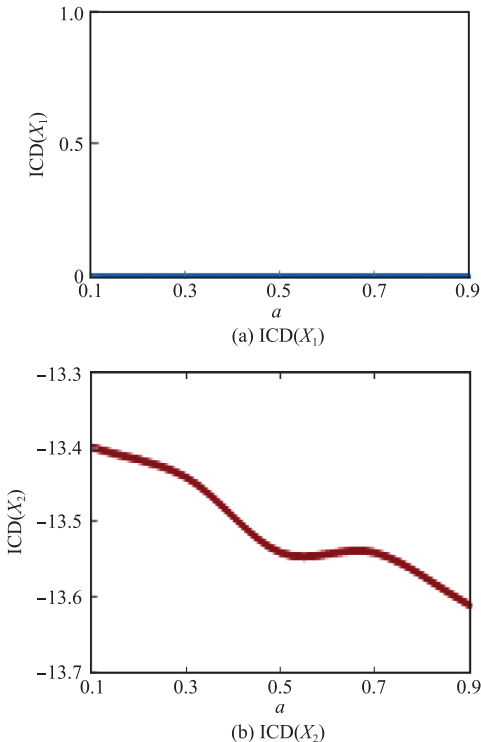
因此方案排序为: $X_1 > X_3 > X_2$, 即第一个外卖平台 X_1 的性价比最高。

4.2 参数敏感性分析

在上述决策过程中,对于信任聚合时路径权重的计算,需注意的是,其假定参数 $a=0.5$ 。显然当参数 a 取不同值时,每条路径权重不同,相应地信任聚合结果也会不同,进而会对决策结果产生影响。因此,下面考虑参数 a 的变化对方案排序结果的影响,鉴于 $a=0$ 时,路径权重计算会出现 0^0 , 没有意义; $a=1$ 时,当两条路径长度不同时,路径权重都为 0.5。事实上,路径越短权重应越大,路径越长权重应越小,故参数 $a=1$ 也不可取。因此,本文以 0.2 为步长,在区间 $(0, 1)$ 内对参数 a 进行取值以分析最终的决策结果,即取 $a=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ 。具体的方案贴近度 ICD 以及排序结果如表 7 所示。

表 7 参数 a 对方案排序的影响		
Table 7 Influence of parameter a on ranking of alternatives		
a	$ICD(X_i)$	方案排序
0.1	$ICD(X_1)=0, ICD(X_2)=-13.40,$ $ICD(X_3)=-7.353$	$X_1 > X_3 > X_2$
0.3	$ICD(X_1)=0, ICD(X_2)=-13.44,$ $ICD(X_3)=-7.382$	$X_1 > X_3 > X_2$
0.5	$ICD(X_1)=0, ICD(X_2)=-13.54,$ $ICD(X_3)=-7.441$	$X_1 > X_3 > X_2$
0.7	$ICD(X_1)=0, ICD(X_2)=-13.54,$ $ICD(X_3)=-7.442$	$X_1 > X_3 > X_2$
0.9	$ICD(X_1)=0, ICD(X_2)=-13.61,$ $ICD(X_3)=-7.493$	$X_1 > X_3 > X_2$

相应地,方案的贴近度 ICD 与排序随参数 a 变化的趋势如图 3 和图 4 所示。



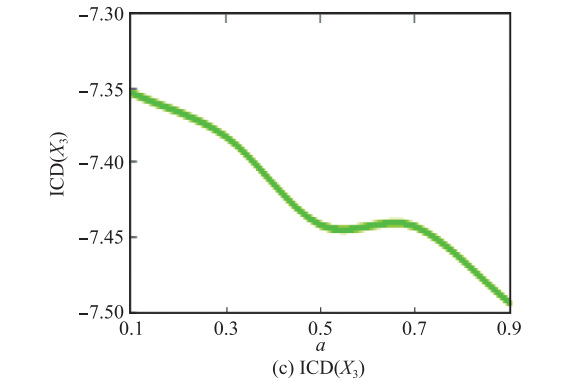


图 3 方案的 ICD 随参数 a 变化的趋势图
Fig. 3 Trend chart of alternative ICD varying with parameter a

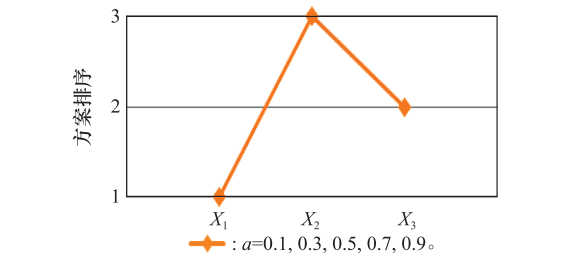


图 4 不同参数 a 下的方案排序
Fig. 4 Alternative ranking under different parameters a

由图 3 可以看出,随着参数 a 的不断增大,方案 X_2 与 X_3 的贴近度 ICD 呈现递减的趋势,但波动幅度不大。而 X_1 的 ICD 不变,始终保持在最大值 0。图 4 中,考虑到 $a=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ 时方案排序始终保持一致,即 $X_1 > X_3 > X_2$,因此图 4 中只画出一条折线,由于最优方案都为 X_1 ,方案排序一致。因此,本文提出的方法是相对稳定的,同时也说明方案排序对参数 a 的选择并不敏感。

4.3 对比分析

为体现本文方法的可行性与有效性,下面采用两种方法来计算实例,进而与本文方法($a=0.5$)进行对比分析。

表 8 不同方法的对比分析
Table 8 Comparative analysis of different methods

特性	方法 1	方法 2	本文方法
分布式语言信任社会矩阵	残缺	残缺	完整
专家权重获取	基于残缺的分布式语言信任关系	基于量词 Q	基于完整的分布式语言信任关系
专家 e_1 权重	0.197	0.143	0.197
专家 e_2 权重	0.219	0.185	0.200
专家 e_3 权重	0.180	0.105	0.201
专家 e_4 权重	0.180	0.120	0.212
专家 e_5 权重	0.223	0.447	0.190
残缺信息的评估	基于其余专家的相对信任度	基于其余专家的重要度	基于 K -近邻算法

从表 8 可以看出,不同方法所得专家权重与残缺信息的评估也不同。具体而言:
(1) 方法 1 中专家权重的获取虽基于专家间的信任关系,但并未将残缺的分布式语言信任社会矩阵补全,基于残

方法 1 利用文献[10]中分布式语言信任关系的入度中心度的期望值来获取专家权重,并利用文献[19]中基于期望信任度的相对信任度评估残缺值,在此基础上,利用 DTWA 算子集成决策矩阵,并基于改进的 TOPSIS 聚合评价信息。

方法 2 利用文献[14]中的 Q 量词获取专家权重,并利用文献[4]中残缺信息的评估方法评估残缺值,在此基础上,利用 DTWA 算子聚合决策矩阵,同时基于改进的 TOPSIS 聚合评价信息。

不同方法得到的 ICD 值如图 5 所示,其中 $ICD(X_i)$ 表示方案 X_i 的贴近度,本文方法与方法 1、方法 2 所得 $ICD(X_1)$ 的值均为 0,故图 5 中不显示。

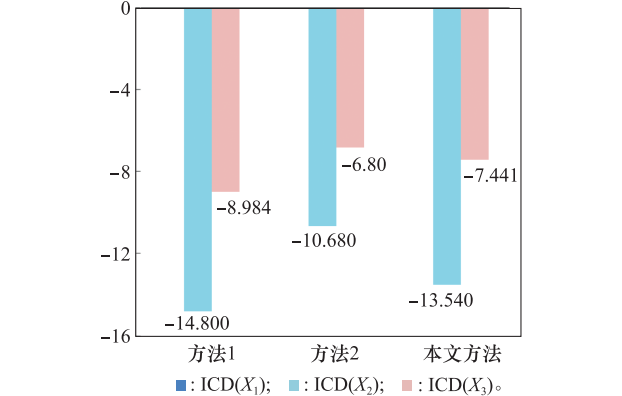


图 5 不同方法的 ICD 值
Fig. 5 ICD values for different methods

从图 5 可看出,本文方法与方法 1、方法 2 所得 $ICD(X_2)$ 与 $ICD(X_3)$ 的值均不同,但 3 种方法所得到的排序结果均为 $ICD(X_1) > ICD(X_3) > ICD(X_2)$,最优方案都为 X_1 ,说明本文所提出的方法是可行的。

为进一步体现本文方法的优越性,下面从专家权重的获取方法与残缺信息的评估方法两个角度进行分析,具体结果如表 8 所示。

仅通过提出的信任传递模型将残缺的分布式语言信任社会矩阵补全,进而基于分布式语言信任关系的个体和群体信任中心度获取专家权重,结果更准确。而且通过提出的分布式语言 K -近邻算法对残缺评价信息进行评估,一定程度上反映了存在残缺评价信息的专家对其余专家评价信息的接受意愿。

(2) 方法 2 中专家权重的获取基于量词 Q ,虽是以专家间信任关系的大小为诱导变量来获取权重,但信任关系本身并没有用于专家权重的求解,且分布式语言信任社会矩阵是残缺的,以残缺的信任关系作为诱导变量也存在问题。此外,基于其余专家的重要度来评估残缺的评价信息,同样没有考虑到存在残缺评价信息的专家对其余专家评价信息的接受意愿。而本文方法的提出恰好能克服上述两个缺陷。

5 结 论

本文提出一种基于高度残缺信息的分布式语言信任网络群决策方法,主要体现在以下几个方面:第一,针对残缺的分布式语言信任社会矩阵,结合代数 T -norm 的优良性质,提出一种分布式语言环境下基于代数 T -norm 的信任传递算子。并考虑到多条传递路径存在的情形,提出一种基于分布式语言的信任聚合算子。第二,针对目前分布式语言信任群决策问题在专家权重计算时并未利用专家间信任关系这一情形,定义了基于分布式语言信任关系的个体信任中心度和群体信任中心度,并通过它们的距离测度来获取专家权重。第三,针对专家评价信息高度残缺的情形,提出一种基于 K -近邻算法的评估方法,通过确定与存在高度残缺评价信息的专家距离最近(最相似)的 K 个专家来评估残缺的评价信息,而非基于所有专家的评价意见进行评估,因为可能某些专家的评价意见并不能被存在高度残缺评价信息的专家所接受。值得注意的是,本文研究的群决策方法是以分布式语言为决策背景的,事实上还可将其拓展到其他非确定性数据环境中,如概率语言集^[19]、犹豫模糊集^[26]、直觉模糊集^[2]等。同时,本文所提出的群决策方法未考虑共识交互模型对决策结果的影响^[9,13,19],相关研究笔者在未来的工作中会继续跟进。

参考文献

- [1] PEI F, HE Y W, YAN A, et al. A consensus model for intuitionistic fuzzy group decision-making problems based on the construction and propagation of trust/distrust relationships in social networks[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2020, 22(8): 2664–2679.
- [2] ZHENG Y F, XU J. A trust transitivity model for group decision making in social network with intuitionistic fuzzy information[J]. *Filomat*, 2018, 32(5): 1937–1945.
- [3] WU J, XIONG R Y, CHICLANA F. Uninorm trust propagation and aggregation methods for group decision making in social network with four tuple information[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 96: 29–39.
- [4] 向南, 豆亚杰, 姜江, 等. 基于专家信任网络的不完全信息武器

- 选择决策[J]. *系统工程理论与实践*, 2021, 41(3): 759–770.
- XIANG N, DOU Y J, JIANG J, et al. Weapon selection decision-making based on expert trust network under incomplete information[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2021, 41(3): 759–770.
- [5] YUE Z L. A method for group decision-making based on determining weights of decision makers using TOPSIS[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(4): 1926–1936.
- [6] KIM Y A, SONG H S. Strategies for predicting local trust based on trust propagation in social networks[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2011, 24(8): 1360–1371.
- [7] GUHA R, KUMAR R, RAGHAVAN P, et al. Propagation of trust and distrust[C]//*Proc. of the 13th International Conference on World Wide Web*, 2004: 403–412.
- [8] YAN L S, WEI Y, ZHU H, et al. Information theoretic framework of trust modeling and evaluation for ad hoc networks[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2006, 24(2): 305–317.
- [9] LIU X, XU Y J, MONTES R, et al. Social network group decision making: managing self-confidence-based consensus model with the dynamic importance degree of experts and trust-based feedback mechanism[J]. *Information Sciences*, 2019, 505: 215–232.
- [10] WU J, DAI L F, CHICLANA F, et al. A minimum adjustment cost feedback mechanism based consensus model for group decision making under social network with distributed linguistic trust[J]. *Information Fusion*, 2017, 41: 232–242.
- [11] WU J, CHICLANA F, FUJITA H, et al. A visual interaction consensus model for social network group decision making with trust propagation[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2017, 122: 39–50.
- [12] WU J, CHICLANA F, HERRERA-VIDEIRA E. Trust based consensus model for social network in an incomplete linguistic information context[J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 35: 827–839.
- [13] TIAN Z P, NIE R X, WANG J Q, et al. A two-fold feedback mechanism to support consensus-reaching in social network group decision-making[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 162: 74–91.
- [14] 曹清玮, 戴丽芳, 孙琪, 等. 社会网络环境下基于分布式信任的在线评价方法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(7): 1697–1702.
- CAO Q W, DAI L F, SUN Q, et al. A distributed trust based online evaluation under social network[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(7): 1697–1702.
- [15] 戴丽芳, 吴坚, 曹清玮, 等. 分布式信任网络下基于最小协调成本的群体共识方法[C]//*第十九届中国管理科学学术年会*, 2017.
- DAI L F, WU J, CAO Q W, et al. A group consensus approach based on minimum coordination cost in distributed trust network[C]//*Proc. of the 19th Chinese Annual Conference on Management Science*, 2017.
- [16] WU J, CHANG J L, CAO Q W, et al. A trust propagation and collaborative filtering based method for incomplete information in social network group decision making with type-2 lin-

- guistic trust[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 127: 853–864.
- [17] CHU J F, WANG Y M, LIU X W, et al. Social network community analysis based large-scale group decision making approach with incomplete fuzzy preference relations[J]. Information Fusion, 2020, 60: 98–120.
- [18] 熊若云. 基于社会网络信任的网商信用评价[D]. 金华: 浙江师范大学, 2016.
- XIONG R Y. Credit evaluation of E-enterprise based on trust social network[D]. Jinhua: Zhejiang Normal University, 2016.
- [19] GAO H X, JU Y B, ZENG X J, et al. Satisfaction-driven consensus model for social network MCGDM with incomplete information under probabilistic linguistic trust[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 154: 107099.
- [20] XU Y J, LI C Y, WEN X W. Missing values estimation and consensus building for incomplete hesitant fuzzy preference relations with multiplicative consistency[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2018, 11(1): 101–119.
- [21] TAGHAVI A, ESLAMI E, HERRERA-VIDEIRA E, et al. Trust based group decision making in environments with extreme uncertainty [J]. Knowledge-Based Systems, 2020, 191: 105168.
- [22] XU Y J, MA F, TAO F F, et al. Some methods to deal with unacceptable incomplete 2-tuple fuzzy linguistic preference relations in group decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2014, 56: 179–190.
- [23] URENA R, CHICLANA F, MELANCON G, et al. A social network based approach for consensus achievement in multiperson decision making[J]. Information Fusion, 2019, 47: 72–87.
- [24] KLEMENT E P, MESIAR R, PAP E. Triangular norms. Position paper I: basic analytical and algebraic properties [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 143(1): 5–26.
- [25] 匡继昌. 常用不等式[M]. 山东: 山东科学技术出版社, 2004.
- KUANG J C. Applied inequalities[M]. Shandong: Shandong Science and Technology Press, 2004.
- [26] CHEN H P. Hesitant fuzzy multi-attribute group decision making method based on weighted power operators in social network and their application[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2021, 40(5): 9383–9401.

作者简介

曾守桢(1981—),男,教授,博士研究生导师,博士,主要研究方向为综合评价与决策分析。

胡英杰(1996—),男,硕士研究生,主要研究方向为评价与决策理论分析。