

基于共形阵的角度和极化信息联合估计算法

曲志昱^{1,2}, 孙 萌^{1,2,*}, 戴幻尧³

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 先进船舶通信与信息技术工业和信息化部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001; 3. 中国洛阳电子装备试验中心, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 针对复杂载体上共形阵列存在多极化接收和遮挡效应的问题, 本文提出一种基于方向图矩阵重构导向矢量的改进极化多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法。首先对共形天线阵列进行建模, 在获取各个阵元的方位和俯仰分量方向图数据后, 将方向图数据分解并重构阵列的导向矢量矩阵, 最后结合极化 MUSIC 算法进行波达方向(direction of arrival, DOA)和极化参数联合估计。相对于理论导向矢量的极化 MUSIC 算法, 本文所提改进算法在解决了遮挡效应的同时具有更高的估计精度, 并可有效降低运算量。仿真实验结果验证了这一结论。

关键词: 共形阵列; 波达方向估计; 极化多重信号分类算法; 天线方向图; 矩阵重构

中图分类号: TN 971

文献标志码: A

DOI:10.12305/j.issn.1001-506X.2022.06.05

Joint estimation algorithm of DOA and polarization information based on conformal array

QU Zhiyu^{1,2}, SUN Meng^{1,2,*}, DAI Huanyao³

(1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Key Laboratory of Advanced Marine Communication and Information Technology, Ministry of Industry and Information Technology, Harbin 150001, China; 3. Luoyang Electrical Equipment Testing Center of China, Luoyang 471003, China)

Abstract: Aiming at the problem of multi-polarization reception and occlusion effects of conformal arrays on complex carriers, this paper proposes an improved polarization multiple signal classification (MUSIC) algorithm based on the pattern matrix reconstruction steering vector. First, we model the conformal antenna array. Then, after the azimuth and elevation component pattern data of each element are obtained, the pattern data is decomposed and reconstructed to the steering vector matrix of the array. Finally, we estimate the direction of arrival (DOA) and polarization parameters by the polarization MUSIC algorithm. Compared with the polarization MUSIC algorithm based on the theoretical steering vector, the improved algorithm proposed in this paper has higher estimation accuracy while avoiding the occlusion effect. It also can reduce the amount of calculation. The conclusion is verified by simulation experiments.

Keywords: conformal array; direction of arrival (DOA) estimation; polarization multiple signal classification (MUSIC) algorithm; antenna pattern; matrix reconstruction

0 引 言

共形阵列是将天线单元共形贴附于载体表面而构成的天线阵列。一般来说, 共形阵列具有安装简单、节省空间、

空气阻力小和波束扫描范围广等优点, 在星载、机载、弹载及通信领域有着广泛的应用前景^[1-3]。但由于载体曲率的影响, 各个天线单元方向图指向不一致, 从而呈现出多极化特性^[4], 同时载体的遮挡效应会使得一部分天线单元接收

收稿日期: 2021-06-15; 修回日期: 2021-08-26; 网络优先出版日期: 2021-12-14。

网络优先出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20211214.1405.016.html>

基金项目: 国家自然科学基金(61801143, 61971155)资助课题

* 通讯作者。

引用格式: 曲志昱, 孙萌, 戴幻尧. 基于共形阵的角度和极化信息联合估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(6): 1798-1804.

Reference format: QU Z Y, SUN M, DAI H R. Joint estimation algorithm of DOA and polarization information based on conformal array[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(6): 1798-1804.

信号幅度下降或无法正常接收来波信号,从而导致测向算法性能急剧恶化。

针对这一问题,国内外学者开展了广泛研究并取得了一定的研究成果^[5-18]。文献[5]针对各个天线单元指向图指向差异的问题进行研究,采用三次欧拉旋转变换实现了局部坐标系和全局坐标系的转换,为共形阵列的波达方向(direction of arrival, DOA)估计奠定了基础;文献[6]将经典多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法移植到共形阵列天线中,推导了 MUSIC 算法在共形阵列中的估计性能;文献[7-8]针对锥面共形阵列分别采用降维搜索 MUSIC 算法和四维搜索 MUSIC 算法实现了 DOA 和极化参数的联合搜索;文献[9-10]针对锥面和柱面共形阵列,先将 DOA 参数和极化参数去耦合,然后采用旋转不变子空间(estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法的思想实现了 DOA 和极化参数的联合估计;文献[11-12]针对圆柱共形阵列采用插值的方式,将原有阵列转换为虚拟嵌套阵列,然后分别采用 ESPRIT 算法和总体最小二乘(total least square, TLS)-ESPRIT 算法实现了 DOA 参数的估计;文献[13-14]引用四元数概念,采用四元数降维 MUSIC 算法依次估计出来波信号的 DOA 参数和极化参数,实现多参数联合估计;文献[15-16]采用插值技术实现嵌套虚拟阵列,并采用 MUSIC 算法实现了来波信号的 DOA 参数估计;文献[17]采用子阵分割和插值的方法解决了共形阵列的遮挡效应,并采用 ESPRIT 算法实现了 DOA 参数的估计;文献[18]利用张量结构,采用基于变化域张量的 MUSIC 算法实现了 DOA 和极化参数的联合估计。

现有参数估计算法主要考虑从理论模型计算理论导向矢量,结合测向算法进行 DOA 和极化参数的联合估计,在实际工程应用中可能会出现估计精度较低,甚至无法应用的情况。为此,本文从另一种角度考虑此类问题,利用天线实测方向图数据重构导向矢量,天线阵元的实测方向图数据中包含了各个天线阵元的空间位置信息以及极化指向角信息,同时天线方向图是在综合了幅相误差、耦合误差、位置偏差等各种误差之后得到的数据,所以有理由利用天线的方向图数据重构阵列的导向矢量,最后结合测向算法完成参数估计。

由于没有实测的方向图数据,所以本文首先利用三维电磁场仿真软件 CST (Computer Simulation Technology) 对共形天线阵列进行仿真获取方向图数据,用以模拟真实的方向图数据,然后以此为基础重构空域相位-极化敏感矩阵,进而得到重构的导向矢量矩阵,最后结合极化 MUSIC 算法^[19]进行多参数联合估计。由于本文改进算法中的导向矢量是方向图矩阵通过分解重构的方式获取的,因此相对于理论的导向矢量计算,本文改进算法明显具有更低的运算量。通过蒙特卡罗仿真实验验证了本文改进算法的有效性和优越性。

1 共形天线结构及数学模型

考虑由 $N=8$ 个偶极子天线构成的均匀圆环共形阵列,贴附于半径为 r 的圆柱表面,如图 1 和图 2 所示。

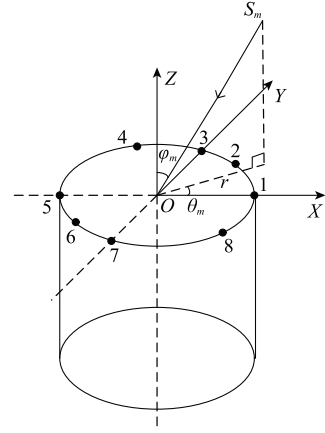


图 1 柱面圆环共形阵

Fig. 1 Cylindrical ring conformal array

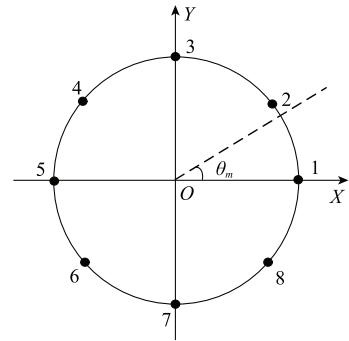


图 2 共形阵俯视图

Fig. 2 Top view of conformal array

在直角坐标系下各个阵元的坐标为 (x_i, y_i, z_i) , $i \in (1, 2, \dots, N)$ 。假设在某个 t 时刻有 M ($M < N$) 个相互独立的远场窄带信号入射到该阵列中,各信号的入射角度为 (θ_m, φ_m) , $m=1, 2, \dots, M$ 。其中, θ_m 为第 m 个信号的方位角, φ_m 为第 m 个信号的仰角,快拍数为 K ,则此时该共形阵列所接收到的信号为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$ 为 $N \times K$ 维阵列接收数据矢量; $\mathbf{S}(t)$ 为 $M \times K$ 维的信号矩阵; $\mathbf{N}(t)$ 为 $N \times K$ 维的加性高斯白噪声矩阵。

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1, \eta_1, \gamma_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2, \eta_2, \gamma_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m), \dots, \mathbf{a}(\theta_M, \varphi_M, \eta_M, \gamma_M)]$$

式中: $\mathbf{A}$ 为 $N \times M$ 维的阵列流型矢量,即联合导向矢量; γ_m 为第 m 个信号的极化辅助角 ($0 \leq \gamma \leq \pi/2$); η_m 为第 m 个信号的极化相位差 ($-\pi < \eta \leq \pi$),第 m 个信号的导向矢量为

$$\mathbf{a}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) = \mathbf{r}_{\theta_m, \varphi_m} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) =$$

$$\underbrace{\text{diag}[\mathbf{r}_{\theta_m, \varphi_m}]}_{\mathbf{R}_{\theta_m, \varphi_m, \boldsymbol{\sigma}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} (\mathbf{e}^1)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{e}^N)^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{\theta_m, \varphi_m, \boldsymbol{\sigma}}} \cdot \boldsymbol{\psi}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) = \underbrace{\begin{bmatrix} u_{m1} (\mathbf{e}^1)^T \\ \vdots \\ u_{mN} (\mathbf{e}^N)^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{\theta_m, \varphi_m, \boldsymbol{\sigma}}} \cdot \boldsymbol{\psi}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{r}_{\theta_m, \varphi_m}$ 为第 m 个信号的阵元空间相位矩阵, $u_{nm} = e^{-j2\pi[\boldsymbol{\varepsilon}^T(\theta_m, \varphi_m)\mathbf{r}_n]/\lambda_m}$ 为第 m 个信号于第 n 个阵元处的空间相位因子, $\boldsymbol{\varepsilon}^T = [-\sin \varphi_m \cos \theta_m, \sin \varphi_m \sin \theta_m, \cos \varphi_m]^T$ 为第 m 个信号的传播方向矢量, $\mathbf{r}_n$ 是第 n 个阵元的位置矢量, λ_m 为第 m 个信号对应的波长; $\boldsymbol{\sigma}$ 为阵列的极化敏感矩阵, 其第 n 行称为第 n 个阵元的极化敏感矢量 $(\mathbf{e}^n)^T$, 表示第 n 个阵元对该信号的电场响应:

$$(\mathbf{e}^n)^T = [\mathbf{g}_{e,x}^n, \mathbf{g}_{e,y}^n, \mathbf{g}_{e,z}^n] = G_n^{(\text{sd})} \cdot [\cos \alpha_n \sin \beta_n, \sin \alpha_n \sin \beta_n, \cos \beta_n] \quad (3)$$

式中: $\{\mathbf{g}_{e,l}^n\}_{l=x,y,z}$ 分别表示第 n 个阵元在 x 、 y 和 z 3 个方向单位电场的响应; $G_n^{(\text{sd})}$ 为信号和第 n 个阵元极化完全匹配时的增益; α_n 为该天线单元的水平指向角; $\boldsymbol{\psi}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m)$ 为第 m 个信号的极化一角度域导向矢量, 描述了信号的极化一角度域相干结构, 与矢量阵元的空间位置无关, 表达式为

$$\boldsymbol{\psi}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) = \begin{bmatrix} -\sin \theta_m & \cos \varphi_m \cos \theta_m \\ \cos \theta_m & \cos \varphi_m \sin \theta_m \\ 0 & -\sin \varphi_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma_m \\ \sin \gamma_m e^{j\eta_m} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\eta_m, \gamma_m) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{h}(\eta_m, \gamma_m)$ 为第 m 个信号的极化矢量, 它只与信号的极化状态有关; $\boldsymbol{\Phi}(\theta_m, \varphi_m)$ 为将第 m 个信号的极化矢量从球坐标系转换为直角坐标系下的坐标变换矩阵, 只与入射信号的方位角和仰角相关。

β_n 为该天线单元的垂直指向角, 定义如图 3 所示。

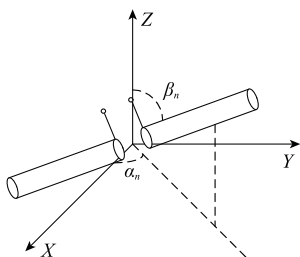


图 3 天线指向角示意图

Fig. 3 Antenna pointing angle diagram

若所有天线单元均为全向天线, 且对任意方向来波信号的增益均一致, 同时接收机不存在失配现象或可经过适

当的补偿消除各路增益的不一致, 则可令式 (3) 中 $G_n^{(\text{sd})}$ 为 1, 此时极化敏感矢量表示为

$$(\mathbf{e}^n)^T = [\mathbf{g}_{e,x}^n, \mathbf{g}_{e,y}^n, \mathbf{g}_{e,z}^n] = [\cos \alpha_n \sin \beta_n, \sin \alpha_n \sin \beta_n, \cos \beta_n] \quad (5)$$

但在共形阵列中, 受载体曲率的影响, 极化天线单元并不是全向天线, 对各个方向来波信号的增益也不相同, 并且存在失配现象, 因此式 (3) 中 $G_n^{(\text{sd})}$ 无法给出确定值, 极化敏感矢量也无法给出具体计算公式。并且由于载体的存在, 共形阵具有“遮挡效应”, 即对某一方向入射的信号, 共形阵中会有部分阵元无法正常接收, 导向矢量呈现“不完整性”。以图 1 所示共形阵为例, 若第 m 个入射信号的方位角 $\theta_m = \pi/2$ 、仰角 $\varphi_m = \pi/2$, 则只有 1~5 号阵元可以接收到该信号, 6~8 号阵元按照无法接收信号处理。针对这一遮挡效应, 有学者提出了子阵分割算法, 分割是指将该共形阵划分为若干子阵, 且对某一入射信号, 保证至少有一个子阵的所有阵元均可接收到该信号, 具体介绍及算法流程可参考文献[17]。但上述遮挡效应并未考虑信号的电磁绕射特性, 即虽然存在载体遮挡, 信号可绕过障碍物继续向前传播, 被遮挡天线仍可接收到信号, 而不是按无法接收处理。被遮挡天线接收的绕射信号的幅度特性小于未被遮挡的天线, 并且电磁绕射之后得到的信号幅相特性无法直接理论推算, 但可以在方向图数据中体现出来。

针对这些问题, 本文将根据方向图数据 (已包含幅相误差、耦合误差、位置偏差和遮挡效应等的影响) 重构空间相位一极化敏感矩阵 $\mathbf{R}_{\theta, \varphi, \boldsymbol{\sigma}}$, 从而解决了上述中参数未知、多极化和遮挡效应的问题。

2 多参数联合估计算法原理

由于没有实测的方向图数据, 所以本文首先利用三维电磁场仿真软件 CST 按图 1 所示共形天线阵列仿真获取各个天线单元对应的方位、俯仰分量的幅度和相位方向图数据, 进一步重构得到空间相位一极化敏感矩阵 $\mathbf{R}_{\theta, \varphi, \boldsymbol{\sigma}}$ 及重构的导向矢量矩阵, 基于此提出改进极化 MUSIC 算法。

2.1 导向矢量重构

理论上讲, 电场可以在任意一对正交极化基上分解, 其中应用比较广泛的一种分解方法为球坐标系分解法, 如图 4 所示。

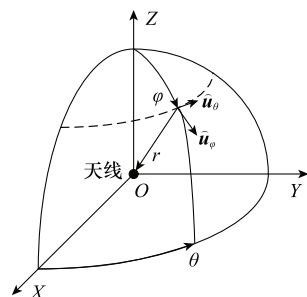


图 4 天线方向图分解图

Fig. 4 Breakdown of antenna pattern

这里的极化基选择 $(\hat{\mathbf{u}}_\theta, \hat{\mathbf{u}}_\varphi)$, $\hat{\mathbf{u}}_\theta, \hat{\mathbf{u}}_\varphi$ 分别为球坐标系中方位、俯仰方向上的单位矢量, 均相切于球面, 且垂直于传播方向 $\mathbf{r}$:

$$\hat{\mathbf{u}}_\theta = [-\sin \theta, \cos \theta, 0]^\top \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_\varphi = [\cos \varphi \cos \theta, \cos \varphi \sin \theta, -\sin \varphi]^\top \quad (7)$$

则天线单元对来波信号的响应 $\mathbf{E}$ 可由下式表示:

$$\mathbf{E} = e_\theta \hat{\mathbf{u}}_\theta + e_\varphi \hat{\mathbf{u}}_\varphi = e_\theta \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} + e_\varphi \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta \\ \cos \varphi \sin \theta \\ -\sin \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e_\theta \sin \theta + e_\varphi \cos \varphi \cos \theta \\ e_\theta \cos \theta + e_\varphi \cos \varphi \sin \theta \\ -e_\varphi \sin \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{e,x} \\ g_{e,y} \\ g_{e,z} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: e_θ 和 e_φ 分别为该天线在 $\hat{\mathbf{u}}_\theta$ 和 $\hat{\mathbf{u}}_\varphi$ 方向对来波信号的响应; $g_{e,x}$, $g_{e,y}$ 和 $g_{e,z}$ 分别为天线在 x 、 y 和 z 3 个方向上对来波信号的响应, $\mathbf{E}$ 即为式(3)中极化敏感矢量 $\mathbf{e}$ 。将各个天线单元对来波信号 $(\theta, \varphi, \eta, \gamma)$ 的响应 $\mathbf{E}_n$ ($n=1, 2, \dots, N$) 代入式(2), 可得

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) = \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(\mathbf{E}_1)^\top \\ u_2(\mathbf{E}_2)^\top \\ \vdots \\ u_N(\mathbf{E}_N)^\top \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_{\theta, \varphi, \mathcal{T}}} \cdot \boldsymbol{\psi}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) = \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 e_{1\theta} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + u_1 e_{1\varphi} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \\ u_2 e_{2\theta} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + u_2 e_{2\varphi} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \\ \vdots \\ u_N e_{N\theta} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + u_N e_{N\varphi} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_{\theta, \varphi, \mathcal{T}}} \cdot \boldsymbol{\psi}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) \quad (9)$$

通过仿真得到天线单元在极化基 $(\hat{\mathbf{u}}_\theta, \hat{\mathbf{u}}_\varphi)$ 下的全空域幅度方向图矩阵 $\mathbf{F}_{\theta-\text{abs}}$ 和 $\mathbf{F}_{\varphi-\text{abs}}$ 、全空域相位方向图矩阵 $\mathbf{F}_{\theta-\text{phi}}$ 和 $\mathbf{F}_{\varphi-\text{phi}}$:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_\theta = \mathbf{F}_{\theta-\text{abs}} \circ \mathbf{F}_{\theta-\text{phi}} = [F_{1\theta}, F_{2\theta}, \dots, F_{n\theta}, \dots, F_{N\theta}] \\ \mathbf{F}_\varphi = \mathbf{F}_{\varphi-\text{abs}} \circ \mathbf{F}_{\varphi-\text{phi}} = [F_{1\varphi}, F_{2\varphi}, \dots, F_{n\varphi}, \dots, F_{N\varphi}] \end{cases} \quad (10)$$

式中: “ $\circ$ ”表示矩阵的 Hadamard 乘积; $\mathbf{F}_\theta$ 为天线单元在极化基 $\hat{\mathbf{u}}_\theta$ 下的方向图矩阵; $\mathbf{F}_\varphi$ 为天线单元在极化基 $\hat{\mathbf{u}}_\varphi$ 下的方向图矩阵; 需要注意的是在天线模型固定之后, 各个天线之间的位置也随之固定, 因此仿真得到的方向图矩阵 $\mathbf{F}_\theta$ 和 $\mathbf{F}_\varphi$ 同时包含了天线单元的空间相位因子和极化敏感矢量, 则信号于第 n 个阵元处的方向图数据为

$$\begin{cases} F_{n\theta} = F_{n\theta-\text{abs}} F_{n\theta-\text{phi}} = u_n e_{n\theta} \\ F_{n\varphi} = F_{n\varphi-\text{abs}} F_{n\varphi-\text{phi}} = u_n e_{n\varphi} \end{cases} \quad (11)$$

将式(11)代入式(9)可得

$$\mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) = \underbrace{\begin{bmatrix} F_{1\theta} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + F_{1\varphi} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \\ F_{2\theta} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + F_{2\varphi} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \\ \vdots \\ F_{N\theta} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + F_{N\varphi} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_{\theta, \varphi, \mathcal{T}}} \cdot \{\boldsymbol{\psi}\}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} F_{1\theta-\text{abs}} F_{1\theta-\text{phi}} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + F_{1\varphi-\text{abs}} F_{1\varphi-\text{phi}} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \\ F_{2\theta-\text{abs}} F_{2\theta-\text{phi}} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + F_{2\varphi-\text{abs}} F_{2\varphi-\text{phi}} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \\ \vdots \\ F_{N\theta-\text{abs}} F_{N\theta-\text{phi}} \hat{\mathbf{u}}_\theta^\top + F_{N\varphi-\text{abs}} F_{N\varphi-\text{phi}} \hat{\mathbf{u}}_\varphi^\top \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}_{\theta, \varphi, \mathcal{T}}^{\text{cg}}} \cdot \boldsymbol{\psi}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) \quad (12)$$

式中: $\mathcal{R}_{\theta, \varphi, \mathcal{T}}^{\text{cg}}$ 为使用方向图数据重构的空间相位—极化敏感矩阵, $\mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \eta, \gamma)$ 为重构的信号导向矢量。

2.2 方位角及仰角估计

利用阵列输出矢量 $\mathbf{X}(t)$ 的 K 次独立快拍计算样本协方差矩阵:

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbb{E}[\mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t)] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t) \quad (13)$$

对矩阵 $\mathbf{R}_{xx}$ 进行特征分解, 可以得到

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{U}_S \sum_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \sum_N \mathbf{U}_N^H \quad (14)$$

式中: $\mathbf{U}_S$ 为大特征值对应的特征矢量所张成的子空间, 即信号子空间; $\mathbf{U}_N$ 为较小特征值对应的特征矢量所张成的噪声子空间。理想情况下信号子空间与噪声子空间相互正交, 即信号子空间中的导向矢量与噪声子空间也相互正交:

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) \mathbf{U}_N^H = \mathbf{0}, \quad (\theta, \varphi, \eta, \gamma) \in \{(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m)\}_{m=1}^M \quad (15)$$

由于噪声的影响, 两者并不能完全正交, 但可以以最小优化搜索获得各个参数的估计值, 将重构导向矢量 $\mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \eta, \gamma)$ 应用于谱估计公式:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \eta, \gamma)} \quad (16)$$

为了避免四维参数搜索带来的较大运算量, 本文先进行 DOA 参数估计, 然后估计来波信号的极化参数。首先重构导向矢量 $\mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \eta, \gamma)$ 是由极化参数与 DOA 参数组成:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_F^{\text{cg}} &= \mathcal{R}^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \mathcal{T}) \boldsymbol{\psi}(\theta, \varphi, \eta, \gamma) = \\ &= \mathcal{R}^{\text{cg}}(\theta, \varphi, \mathcal{T}) \boldsymbol{\Phi}(\theta, \varphi) \mathbf{h}(\gamma, \eta) = \\ &= \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta, \varphi) \mathbf{h}(\gamma, \eta) \end{aligned} \quad (17)$$

将其代入式(16)可得:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{h}(\gamma, \eta) \mathbf{H}(\theta, \varphi) \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N^H \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta, \varphi) \mathbf{h}(\gamma, \eta)} \quad (18)$$

令 $\mathbf{H}(\theta, \varphi) = \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta, \varphi) \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N^H \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta, \varphi)$, 则式(18)修正为

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{h}(\gamma, \eta) \mathbf{H}(\theta, \varphi) \mathbf{h}(\gamma, \eta)} \quad (19)$$

在理想情况下 $\mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) \mathbf{U}_N^H = \mathbf{0}$, ($m=1, 2, \dots, M$), 所以

$$\mathbf{U}_N^H \mathbf{a}_F^{\text{cg}}(\theta_m, \varphi_m, \eta_m, \gamma_m) = \mathbf{U}_N^H \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) = \mathbf{0} \quad (20)$$

式(20)左乘非零矩阵 $\mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{U}_N$, 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N \mathbf{D}^{\text{cg}}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) &= \\ \mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (21)$$

所以有下式成立:

$$\begin{cases} \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) \mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) = \mathbf{0} \\ \mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (22)$$

由此可以推断出 $\mathbf{H}(\theta, \varphi)$ 矩阵当且仅在 $(\theta, \varphi) \in \{(\theta_m, \varphi_m)\}_{m=1}^M$ 时会发生亏秩现象。因此针对 DOA 参数 (θ, φ) ，式(19)可以修正为

$$\mathbf{P}_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\det(\mathbf{H}(\theta, \varphi))} = \frac{1}{\det(\mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta, \varphi)^{\text{H}} \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta, \varphi))} \quad (23)$$

只需通过 $\{\theta_m, \varphi_m\} = \arg \max_{\theta, \varphi} \det^{-1} \{\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m)\}$ 即可搜索得到来波信号的 DOA 参数。

2.3 极化参数估计

根据上述公式推导计算可知，在无噪理想条件下， $\mathbf{H}(\theta, \varphi)$ 矩阵在真实的 M 个信号 DOA 处发生秩亏损现象，由满秩变为奇异矩阵，即 $\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m) (m=1, 2, \dots, M)$ 为奇异的 Hermite 矩阵；而 $\mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)$ 为 Hermite 正定矩阵，所以 $\{\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m), \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)\}$ 矩阵束的最小广义特征值为 0。由式(22)可知 $\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m) \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) = \mathbf{0}$ ，所以 $\mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m)$ 与 $\{\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m), \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)\}$ 的零广义特征值对应的广义特征向量满足比例关系，即

$$\{\hat{\mathbf{h}}_m\} = \vec{\zeta}_{\min} \{\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m), \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)\} \propto \mathbf{h}(\gamma_m, \eta_m) \quad (24)$$

式中： $\vec{\zeta}_{\min} \{\cdot\}$ 表示矩阵束的最小广义特征值对应的广义特征矢量。

由信号极化辅助角 γ 和极化相位差 η 的定义可以得到极化参数的计算公式：

$$\{\gamma_m\} = \arg \tan \{|\hat{\mathbf{h}}_m(2)/\hat{\mathbf{h}}_m(1)|\}, m=1, 2, \dots, M \quad (25)$$

$$\{\eta_m\} = \arg \{\hat{\mathbf{h}}_m(2)/\hat{\mathbf{h}}_m(1)\}, m=1, 2, \dots, M \quad (26)$$

2.4 算法步骤

步骤 1 利用共形阵列获取信号矩阵 $\mathbf{X}(t)$ 并计算相应的协方差矩阵：

$$\mathbf{R}_{xx} = \text{E}[\mathbf{X}(t) \mathbf{X}^{\text{H}}(t)] \quad (27)$$

步骤 2 对协方差矩阵 $\mathbf{R}_{xx}$ 进行特征分解，获取 $N-M$ 个较小特征值对应的特征矢量，作为噪声子空间 $\mathbf{U}_N$ (其中 M 已知或已准确估计)。

步骤 3 获取共形阵列各个阵元的方向图矩阵，根据式(12)重构空间相位一极化敏感矩阵 $\mathbf{R}_{\varphi, \gamma, \eta}^{\text{eg}}$ 及导向矢量 $\mathbf{a}_F^{\text{eg}}(\theta, \varphi, \gamma, \eta)$ ，根据式(17)计算重构空域导向矢量 $\mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta, \varphi)$ 。

步骤 4 根据得到的噪声子空间 $\mathbf{U}_N$ 和空域导向矢量 $\mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta, \varphi)$ 构造谱函数 $\mathbf{P}_{\text{MUSIC}}$ ，根据式(23)在全空域范围内谱峰搜索获得来波信号的方位角和仰角。

步骤 5 将来波信号的入射角度信息带入 $\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m)$ 和 $\mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)$ 中，组成矩阵束 $\{\mathbf{H}(\theta_m, \varphi_m), \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)^{\text{H}} \mathbf{D}^{\text{eg}}(\theta_m, \varphi_m)\}$ 。

步骤 6 对上述矩阵束特征分解获取最小特征值对应的广义特征矢量，再根据式(25)和式(26)获得来波信号的极化参数。

3 仿真实验及性能分析

本节通过仿真实验对所提方法进行验证，然后与经典极化 MUSIC 算法^[19]进行对比。采用如图 1 所示的圆环共形阵列，半径 $r=100$ mm，阵元个数为 8，且均匀分布在圆柱表面，偶极子天线平行于水平面放置，窄带远场信号的入射频率为 2.5 GHz。

(1) 使用 CST 软件仿真图 1 所示的共形阵列方向。仿真结果包括各个天线单元总幅度方向图、方位分量幅度方向图、方位分量相位方向图、俯仰分量幅度方向图、俯仰分量相位方向图，天线 1 总幅度方向图如图 5 所示。

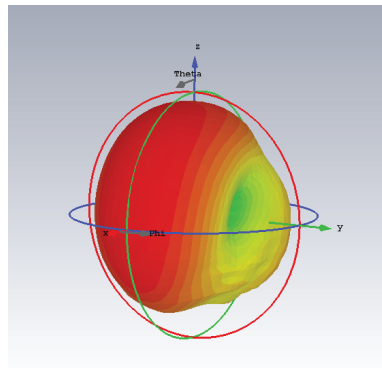


图 5 天线 1 总幅度方向图

Fig. 5 Total amplitude pattern of antenna 1

由图 5 仿真的方向图结果可以看出，天线单元对未遮挡的来波信号的幅度响应明显强于遮挡方向来波信号的幅度响应，整体与理想方向图数据十分接近，因此可用该仿真方向图数据模拟真实方向图数据。

(2) 验证方法有效性。设有两个频率为 2.5 GHz 的窄带远场信号，参数分别为

$$[\theta_1, \varphi_1, \gamma_1, \eta_1] = [265^\circ, 53^\circ, 54^\circ, 21^\circ]$$

$$[\theta_2, \varphi_2, \gamma_2, \eta_2] = [165^\circ, 63^\circ, 60^\circ, 48^\circ]$$

噪声为零均值加性高斯白噪声，信噪比为 13 dB，快拍数为 128。基于重构的导向矢量，结合改进极化 MUSIC 算法进行空域—极化域联合估计仿真，结果如图 6 和图 7 所示。

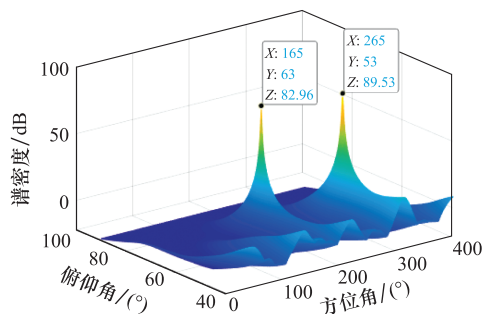


图 6 DOA 参数估计谱峰图

Fig. 6 Peak diagram of DOA parameter estimation

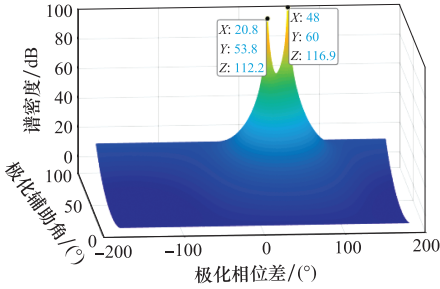


图 7 极化参数估计谱峰图

Fig. 7 Spectrum peak of polarization parameter estimation

图 6 是通过式(23)在角度域 (φ, θ) 内二维搜索得到的谱图；图 7 是在 DOA 参数得到之后利用式(19)在极化域 (γ, η) 内二维搜索得到的结果，四个参数的搜索步长均为 0.2° 。由仿真结果可以看出，本文所提的方法可以十分准确地估计出来波信号的 DOA 与极化参数，验证了该算法的有效性。

(3) 仿真分析算法性能，包括算法对信源的成功分辨率分析和参数估计误差分析。仿真条件与仿真实验 2 的条件一致，信噪比从 10 dB 逐步增加到 35 dB，步进 5 dB，每个信噪比下进行 500 次蒙特卡罗实验。当所有的参数 $(\theta, \varphi, \gamma, \eta)$ 估计值与入射信号的真值均相差 2° 以内时，定义此次测向成功，总成功分辨率为总成功分辨次数与总仿真次数之比，仿真结果如图 8 所示。

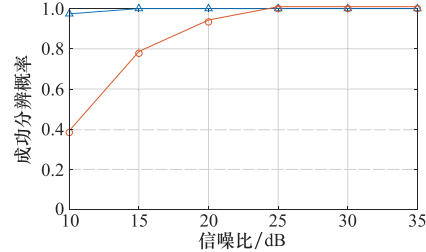


图 8 成功率随信噪比变化曲线

Fig. 8 Curve of success rate with different signal to noise ratios

参数估计误差分析包括 DOA 参数的均方根误差分析与极化参数的均方根误差分析，定义入射信号的二维 DOA 参数均方根误差为

$$\text{RMSE} = \sqrt{E\{(\hat{\varphi}_k - \varphi)^2\} + E\{(\hat{\theta}_k - \theta)^2\}} \quad (28)$$

同理入射信号的二维极化参数均方根误差为

$$\text{RMSE} = \sqrt{E\{(\hat{\gamma}_k - \gamma)^2\} + E\{(\hat{\eta}_k - \eta)^2\}} \quad (29)$$

式中： $k \in \{1, 2, \dots, 500\}$ 为蒙特卡罗实验次数。参数估计误差随信噪比变化曲线图如图 9~图 12 所示。

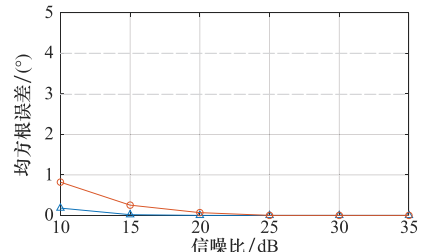


图 9 信源 1 的 DOA 参数误差变化曲线

Fig. 9 Error curve of signal 1 DOA parameters

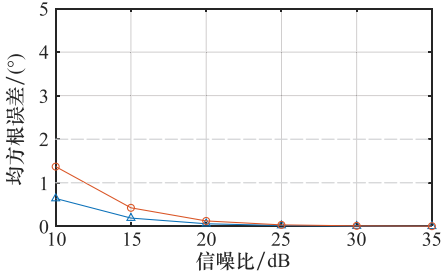


图 10 信源 1 的极化参数误差变化曲线

Fig. 10 Error curve of signal 1 polarization parameter

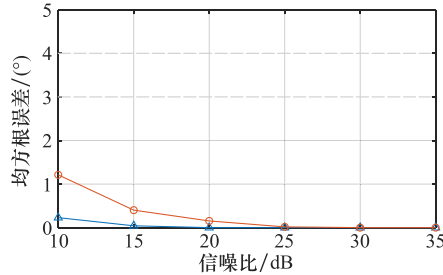


图 11 信源 2 的 DOA 参数误差变化曲线

Fig. 11 Error curve of signal 2 DOA parameters

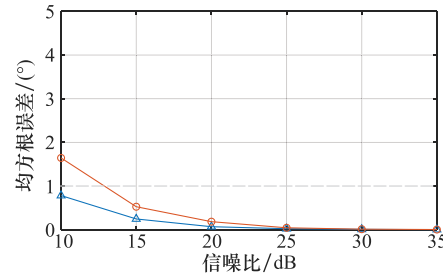


图 12 信源 2 的极化参数误差变化曲线

Fig. 12 Error curve of signal 2 polarization parameters

由上述误差曲线图可以看出，随着信噪比的增加，所有算法的参数估计成功概率均逐步增加；在较低信噪比下，相对于其他的方法，本文算法估计成功分辨概率更高，参数估计均方根误差更小。根据仿真结果可知，本文算法具有更高的估计性能。

4 结 论

本文针对共形天线阵列固有的遮挡效应和多极化特性，提出一种用天线方向图矩阵重构导向矢量的方法，并基于此提出改进极化 MUSIC 算法，实现了对来波信号 DOA 和极化参数的联合估计，且无需考虑参数配对问题。相比于经典极化 MUSIC 算法，本文所提方法具有更高的估计精度和分辨率，同时由于本文导向矢量的计算采用方向图矩阵重构的方式实现，因此避免了理论导向矢量计算中的较大计算量。计算机仿真实验验证了算法的性能，并可应用

至任意形状的共形天线阵列。若采用实测天线方向图数据,本文方法可以推广至实际工程应用中。

参考文献

- [1] JOSEFSSON L, PERSSON P. Conformal array antenna theory and design[M]. New York: IEEE Press, 2006: 123–154.
- [2] SHARIFI M, REZAEI P. Near optimal conformal antenna array structure for DOA estimation[J]. International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering, 2019, 29(12): 531–542.
- [3] COMISSO M, VESCOVO R. Fast co-polar and cross-polar 3D pattern synthesis with dynamic range ratio reduction for conformal antenna arrays[J]. IEEE Trans. on Antennas & Propagation, 2013, 61(2): 614–626.
- [4] DUDLA P, MOTURI S. Side lobe pattern synthesis using hybrid SSWOA algorithm for conformal antenna array[J]. Engineering Science and Technology, An International Journal, 2019, 22(6): 1169–1174.
- [5] 王布宏, 郭英, 王永良, 等. 共形天线阵列流形的建模方法[J]. 电子学报, 2009, 37(3): 481–484.
WANG B H, GUO Y, WANG Y L, et al. Modeling method of conformal antenna array manifold[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(3): 481–484.
- [6] 齐子森, 郭英, 王布宏, 等. 共形阵列天线 MUSIC 算法性能分析[J]. 电子与信息学报, 2008, 11: 2674–2677.
QI Z S, GUO Y, WANG B H, et al. Performance analysis of music algorithm for conformal array antenna[J]. Journal of Electronics and Information, 2008, 11: 2674–2677.
- [7] 刘帅, 韩勇, 闫锋刚, 等. 锥面共形阵列极化-DOA 估计的降维 MUSIC 算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(5): 36–41.
LIU S, HAN Y, YAN F G, et al. Cone conformal array polarization-DOA estimation based on dimensionality reduction MUSIC algorithm[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(5): 36–41.
- [8] 刘帅, 周洪娟, 金铭, 等. 锥面共形阵列天线的极化-DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 253–257.
LIU S, ZHOU H J, JIN M, et al. Polarization-DOA estimation of cone-shaped conformal array antenna[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(2): 253–257.
- [9] 齐子森, 郭英, 姬伟峰, 等. 锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法[J]. 电子学报, 2009, 37(9): 1919–1925.
QI Z S, GUO Y, JI W F, et al. Blind polarization DOA estimation algorithm for cone conformal array antenna[J]. Electronic Journal, 2009, 37(9): 1919–1925.
- [10] 张树银, 郭英, 齐子森, 等. 基于子空间原理的共形阵列多参数联合估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(6): 1146–1152.
ZHANG S Y, GUO Y, QI Z S, et al. Multi parameter joint estimation algorithm of conformal array based on subspace principle[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(6): 1146–1152.
- [11] GAO X F, LI P, HAO X H, et al. A novel DOA estimation algorithm using directional antennas in cylindrical conformal arrays[J]. Defence Technology, 2020, 17(3): 1042–1051.
- [12] FU M C, ZHENG Z, WANG W Q, et al. Two-dimensional direction-of-arrival estimation for cylindrical nested conformal arrays[J]. Signal Processing, 2021, 179(2): 107838.
- [13] 李京书, 陶建武. 信号 DOA 和极化信息联合估计的降维四元数 MUSIC 方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(1): 106–111.
LI J S, TAO J W. Dimensionality reduction quaternion MUSIC method for joint estimation of signal DOA and polarization information[J]. Journal of Electronics and Information, 2011, 33(1): 106–111.
- [14] 刘帅, 闫锋刚, 金铭, 等. 基于四元数 MUSIC 的锥面共形阵列极化-DOA 联合估计[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(1): 1–7.
LIU S, YAN F G, JIN M, et al. Joint polarization-DOA estimation of cone conformal array based on quaternion MUSIC[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(1): 1–7.
- [15] POURYA A, SAEID R S, DARIUSH A M. DOA estimation in conformal arrays based on the nested array principles[J]. Digital Signal Processing, 2016, 50: 191–202.
- [16] ZHENG Z, YANG T, WANG W Q, et al. Robust adaptive beamforming via coprime coarray interpolation[J]. Signal Processing, 2019, 169: 107382.
- [17] YANG P, YANG F, NIE Z P. DOA estimation with sub-array divided technique and interpolated ESPRIT algorithm on a cylindrical conformal array antenna[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2010, 103: 201–216.
- [18] 张晓文, 廖桂生, 杨志伟, 等. 基于变换域张量的机载阵列 DOA 和极化参数估计[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(5): 986–991.
ZHANG X W, LIAO G S, YANG Z W, et al. Airborne array DOA and polarization parameter estimation based on transform domain tensor[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(5): 986–991.
- [19] 徐友根, 刘志文, 龚晓峰. 极化敏感阵列信号处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2013.
XU Y G, LIU Z W, GONG X F. Signal processing of polarization sensitive array[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2013.

作者简介

曲志昱(1983—),女,副教授,博士,主要研究方向为宽带信号检测、处理与识别。

孙萌(1997—),男,硕士研究生,主要研究方向为信号检测、阵列信号处理。

戴幻尧(1982—),男,博士,主要研究方向为电子信息系统仿真与评估、雷达信号处理。