

# 考虑专家信息的威布尔型产品定时截尾 可靠性验收试验方案设计

谭 尧<sup>1</sup>, 赵 骞<sup>2</sup>, 王文峰<sup>3</sup>, 郭 波<sup>1,\*</sup>, 蒋 平<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学系统工程学院, 湖南 长沙 410005; 2. 国防科技大学信息通信学院, 陕西 西安 710106; 3. 中国人民解放军 93209 部队, 北京 100085)

**摘 要:** 可靠性验收试验是检验产品是否达到可靠性要求而进行的试验。试验方案的确定需要保证使用方风险和生方风险可控。当前 GJB899A 中定时截尾试验方案往往需要较长的试验时间, 短时试验方案又存在两类风险较大的问题, 实际应用颇受诟病。根本原因在于 GJB899A 的试验方案确定只考虑了系统试验数据, 而忽视了其多源信息。因此, 本文针对复杂系统验收试验前存在多种形式专家信息, 考虑系统寿命服从威布尔分布的情况, 结合专家信息来计算产品在给定试验方案下的两类风险, 进一步推导得到试验时间较短、风险可控的试验方案。文章最后给出了案例分析, 通过对比, 验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 威布尔分布; 专家信息; 生方风险; 使用方风险; 可靠性验收试验

**中图分类号:** TN 306

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.12305/j.issn.1001-506X.2022.04.40

## Type I censored reliability acceptance test plan for Weibull distributed products by considering expert information

TAN Yao<sup>1</sup>, ZHAO Qian<sup>2</sup>, WANG Wenfeng<sup>3</sup>, GUO Bo<sup>1,\*</sup>, JIANG Ping<sup>1</sup>

(1. College of Systems Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410005, China;  
2. College of Information Communication, National University of Defense Technology, Xi'an 710106, China;  
3. Unit 93209 of the PLA, Beijing 100085, China)

**Abstract:** The reliability acceptance test is to check whether the product meets the reliability requirement. It is essential to choose a test plan with controllable customer's and producer's risks. However, the reliability acceptance test adopted from GJB899A oftentimes leads to either long test duration or high customer's and producer's risks, which hinders its real-world application. The primary reason lies in that, only the test data collected from the systems are taken into account, whereas the information from experts is ignored. Considering there are various types of expert information and the system life follows the Weibull distribution, the two types of risks of the product can be calculated. Then the test plan with shorter test time and controllable risks can be determined. The proposed method is applied to a numerical case study and the results verify the effectiveness of the method.

**Keywords:** Weibull distribution; expert information; producer's risk; customer's risk; reliability acceptance test

收稿日期:2021-02-07; 修回日期:2021-06-06; 网络优先出版日期:2021-08-27。

网络优先出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20210827.1721.008.html>

基金项目:国家自然科学基金(71871218, 72071208)资助课题

\* 通讯作者。

引用格式: 谭尧, 赵骞, 王文峰, 等. 考虑专家信息的威布尔型产品定时截尾可靠性验收试验方案设计[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(4): 1409-1416.

**Reference format:** TAN Y, ZHAO Q, WANG W F, et al. Type I censored reliability acceptance test plan for Weibull distributed products by considering expert information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(4): 1409-1416.

## 0 引言

可靠性验收试验(reliability acceptance test, RAT)是检验产品可靠性是否达到要求水平的试验<sup>[1]</sup>。根据可靠性验证试验的结果可对参试产品做出接收或拒绝的结论。验证试验主要是根据以下假设检验的结果来做出判断:

$$\begin{cases} H_0: \theta > \theta_0 \\ H_1: \theta < \theta_1 \end{cases}$$

其中,  $\theta_0$  是参数  $\theta$  的可接受值, 而  $\theta_1$  是参数  $\theta$  的拒绝值。如果根据试验结果计算判断是接受  $H_0$ , 则接收该批产品; 如果判断是接受  $H_1$ , 则拒绝该批产品。在检验过程中, 当  $H_0$  成立而接受  $H_1$ , 此类错误称为第一类错误; 当  $H_1$  成立而接受  $H_0$ , 此类错误称为第二类错误。发生第一类错误和第二类错误的概率分别称为“生产方风险”和“使用方风险”。只有当这两类风险都是受控的情况下, 才能让试验方案被生产方和使用方接受。

在工程应用中, 国内外都有标准来指导 RAT。MIL-HDBK-781<sup>[2]</sup> 给出了较为完整的可靠性验收方案, 为美军进行 RAT 提供了有力支持。GJB899A—2009《可靠性鉴定与验收试验》<sup>[3]</sup> 以定时截尾试验为例, 当生产、接受双方确认验收关键参数, 如寿命检验上下限  $\theta_0$ 、 $\theta_1$  和生产方、使用方风险  $\alpha$ 、 $\beta$  后, 可确定试验方案  $(T, C)$ 。其中,  $T$  为累计试验时间,  $C$  为接收故障数。在此试验中对参加验收试验的产品进行定时截尾试验。当累计试验时间达到  $T$  后试验结束。如果试验过程中故障数不大于  $C$ , 那么该批产品被接收, 否则拒绝接收该批产品。

GJB899A 给出的试验方案是基于产品寿命服从指数分布的假设前提下得到的。但在实际应用中, 很多产品寿命并不服从指数分布。例如, 雷达系统、汽车零部件的寿命往往服从威布尔分布<sup>[4]</sup>。因此, 本文基于威布尔分布, 研究 RAT 设计问题。此外, GJB899A 中定时截尾试验方案的试验时间都较长, 短时试验方案又存在两类风险较大的问题, 实际应用中颇受诟病。

对产品先验信息的利用是通用且有效的。在工程实践中, 产品参加验收前, 生产方可能会提供一些产品信息, 如参数统计信息。Jun 等<sup>[5]</sup> 提出寿命服从威布尔分布且形状参数已知条件下抽样验收方案。Tsai 等<sup>[6]</sup> 提出了形状参数已知, 基于定时截尾缺失数据, 并且借助成本模型, 完成了可靠性抽样验证方案的设计。Chen 等<sup>[7]</sup> 利用贝叶斯决策理论和研制过程中产品寿命信息, 制订了基于定时截尾数据的鉴定方案。若产品状态发生变化, 验收鉴定方案也会调整。Balamurali 等<sup>[8]</sup> 提出多重递延状态重复群抽样计划。

上述工作主要是对产品进行抽样检验以决定验收方案。在实际操作中, 由于经费成本的限制, 可投入的试验样本量往往较少, 传统试验方法在解决小子样问题上存在局限性。目前正在使用的验收试验方案是 GJB899A 中提出的, 但由于只利用了系统级试验数据来开展试验, 导致试验

时间过长, 或者在短时间的试验方案的两类风险较大, 实际操作性不强。因此, 有学者研究了利用先验信息来开展可靠性试验和评估。专家信息是一类基于专家长期经验的主观信息, 同时也是小子样条件下装备可靠性试验中先验信息的重要来源<sup>[9]</sup>。专家信息的形式包括可靠度点估计、寿命点估计、可靠度置信下限等。明志茂等<sup>[10]</sup> 讨论了利用先验信息制定试验方案的问题。Zhang 等<sup>[11]</sup> 讨论了专家评估是文本形式的情况, 提出了四步结构的可靠性评估框架。Zhao 等<sup>[12]</sup> 将专家信息转化为参数的分布, 同时 Zhao 等<sup>[13-14]</sup> 还讨论了不同形式专家数据转化为参数分布的方法。杨军等<sup>[9]</sup> 在将专家信息转化为概率分布的同时研究了对其进行融合的问题。

上述研究讨论了如何利用专家信息确定参数的分布, 但对如何利用其进行 RAT 的研究相对较少。为同时解决有效利用先验信息、小子样验收方案设计两个问题, 本文提出了基于专家信息的威布尔型产品可靠性验收方案。

## 1 威布尔分布与参数分布

威布尔分布在可靠性工程中被广泛应用, 尤其适用于描述机电类产品寿命分布。因而, 本文基于威布尔型产品, 研究验收试验方案设计方法。

### 1.1 威布尔分布

威布尔分布的累积分布函数(cumulative distribution function, CDF)<sup>[15]</sup> 表示为

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m\right) \quad (1)$$

式中:  $\eta$  为形状参数;  $m$  为尺度参数。

通常令  $\lambda = 1/\eta^m$ , 有

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t^m) \quad (2)$$

则威布尔分布  $\tau$  时刻可靠度函数可表示为

$$R(\tau) = 1 - F(\tau) = \exp(-\lambda \tau^m) \quad (3)$$

### 1.2 参数的分布

当前验收试验样本量较小, 传统可靠性验收方案由于未能利用先验信息, 导致试验时间长、成本高。现利用融合专家信息的方式对传统方案进行改进。专家信息可用来确定参数的分布, 在这之前, 首先需要明确参数分布的形式。

可假设威布尔分布形状参数  $m$  的分布服从均匀分布<sup>[16]</sup>, 即

$$\pi(m) = \frac{1}{m_2 - m_1}, \quad m \in [m_1, m_2] \quad (4)$$

式中: 参数  $m_1$ 、 $m_2$  可通过工程实践经验来确定。

Zhao 等<sup>[12]</sup> 从产品可靠度的分布出发, 推导寿命分布参数的分布函数, 该方法便于操作且取得了较好的效果。根据共轭先验理论, 系统在  $\tau$  时刻可靠度先验分布可认为服从负对数伽马(negative log Gamma, NLG)分布, 具体表示为

$$\pi(R_\tau) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} (R_\tau)^{b-1} (-\ln R_\tau)^{a-1} \quad (5)$$

式中:  $a, b$  是 NLG 分布的两个参数。参数  $m$  的分布已知, 为了得到参数  $\lambda$  的分布, 参考式(3), 对  $R_{\tau}$  关于  $\lambda$  求导可得

$$\frac{dR_{\tau}}{d\lambda} = -\tau^m \exp(-\lambda\tau^m) < 0 \quad (6)$$

由式(6)可知,  $R_{\tau}$  随  $\lambda$  的增大而减小, 故有

$$P(\lambda < x) = p(R_{\tau} > \exp(-x\tau^m)) = \int_{\exp(-x\tau^m)}^1 \pi(R_{\tau}) dR_{\tau} \quad (7)$$

对式(7)关于  $x$  求导, 可得

$$f_{\lambda}(x) = \frac{(b\tau^m)^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} \exp(-b\tau^m x) \quad (8)$$

因此, 参数  $\lambda$  的分布可表示为

$$\pi(\lambda|m) = \frac{(b\tau^m)^a}{\Gamma(a)} \lambda^{a-1} \exp(-b\tau^m \lambda) \quad (9)$$

结合式(4)可得  $\lambda$  和  $m$  联合分布为

$$\pi(\lambda, m) = \frac{1}{m_2 - m_1} \frac{(b\tau^m)^a}{\Gamma(a)} \lambda^{a-1} \exp(-b\tau^m \lambda) \quad (10)$$

式中:  $\lambda \in [0, \infty]$ ,  $m \in [m_1, m_2]$ 。由此可见, 确定分布的核心便是根据先验信息计算分布参数  $a$  和  $b$ 。

## 2 基于专家信息的参数分布确定

本节研究如何利用不同类型专家信息确定参数的分布, 为制定更加合理的验收方案提供帮助。

### 2.1 基于可靠度点估计确定参数分布

当专家信息为“产品  $\tau_0$  时刻的可靠度为  $R_0$ ”时, 有

$$\int_0^1 R_{\tau_0} \pi(R_{\tau_0}) dR_{\tau_0} = R_0 \quad (11)$$

通过使用最大熵方法, 可以将确定参数分布问题转化为非线性规划:

$$\begin{aligned} \max H &= - \int_0^1 \pi(R_{\tau_0}) \ln[\pi(R_{\tau_0})] dR_{\tau_0} \\ \text{s. t. } &\int_0^1 R_{\tau_0} \pi(R_{\tau_0}) dR_{\tau_0} = R_0 \end{aligned} \quad (12)$$

对式(12)进行化简可得

$$\begin{aligned} \max H &= -a \ln b + \ln \Gamma(a) + A - BD \\ \text{s. t. } &\left(\frac{b}{b+1}\right)^a = R_0 \end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $B = \int_0^1 (R_{\tau_0})^{b-1} (-\ln R_{\tau_0})^{a-1} \ln(-\ln R_{\tau_0}) dR_{\tau_0}$ ,  $A = a(b-1)/b$ ,  $D = (a-1)b^a/\Gamma(a)$ ,  $a$  和  $b$  满足  $a = \ln R_0 / (\ln b - \ln(b+1))$ , 故式(12)可以转化为一元非线性规划问题。

### 2.2 基于寿命点估计确定参数分布

当专家信息为“产品的寿命为  $L_0$ ”时, 根据威布尔分布基本性质可知寿命点估计为

$$\mu_i = \lambda^{-\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (14)$$

参考  $\tau_0$  时刻可靠度点估计形式专家信息的处理方法, 同样可利用极大熵方法确定参数分布, 具体形式为

$$\begin{aligned} \max H &= - \int_0^1 \pi(R_{\tau_0}) \ln[\pi(R_{\tau_0})] dR_{\tau_0} \\ \text{s. t. } &\int_{m_1}^{m_2} \int_0^{\infty} \mu_i \pi(\lambda, m) d\lambda dm = L_0 \end{aligned} \quad (15)$$

将式(10)和式(14)代入式(15), 可化简为

$$\int_{m_1}^{m_2} \int_0^{\infty} \mu_i \pi(\lambda, m) d\lambda dm = \tau \int_{m_1}^{m_2} \frac{b^{1/m} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \Gamma\left(a - \frac{1}{m}\right)}{m_2 - m_1} \frac{1}{\Gamma(a)} dm \quad (16)$$

进一步可得

$$\begin{aligned} \max H &= -a \ln b + \ln \Gamma(a) + A - BD \\ \text{s. t. } &\int_{m_1}^{m_2} \frac{b^{1/m} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \Gamma\left(a - \frac{1}{m}\right)}{m_2 - m_1} \frac{1}{\Gamma(a)} dm = \frac{L_0}{\tau} \end{aligned} \quad (17)$$

### 2.3 基于可靠度置信下限确定参数分布

当专家信息为“产品在  $\tau_0$  时刻置信度为  $100(1-\gamma)\%$  的可靠度置信下限为  $R_L$ ”时, 有

$$\int_{R_L}^1 \pi(R_{\tau_0}) dR_{\tau_0} = 1 - \gamma \quad (18)$$

利用极大熵方法可得

$$\begin{aligned} \max H &= - \int_{R_L}^1 \pi(R_{\tau_0}) \ln[\pi(R_{\tau_0})] dR_{\tau_0} \\ \text{s. t. } &\int_{R_L}^1 \pi(R_{\tau_0}) dR_{\tau_0} = 1 - \gamma \end{aligned} \quad (19)$$

对式(19)进一步简化为

$$\begin{aligned} \max H &= -a \ln b + \ln \Gamma(a) + A - BD \\ \text{s. t. } &\gamma(a, -b \ln R_L) = 1 - \gamma \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\gamma(a, -b \ln R_L) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^{-b \ln R_L} e^{-t} t^{a-1} dt \quad (21)$$

为下不完全伽马函数。

## 3 两类风险计算与试验方案的确定

第1节介绍了威布尔分布性质以及参数分布的确定, 本节将给出两类风险的计算过程。计算过程利用了第2节由专家信息确定的参数分布, 并将其作为确定验收方案的重要依据。

假设在产品验收时, 采用了试验时间为  $T$  的定时截尾验收试验方案。在时间  $(0, T)$  内发生  $r$  次故障的概率可根据二项分布计算得到<sup>[17]</sup>, 即

$$P(x=i) = C_n^i [F(t)]^i [R(t)]^{n-i} \quad (22)$$

式中:  $n$  为参与试验样本数;  $F(t)$ ,  $R(t)$  分别为产品的寿命 CDF 和可靠度函数。

### 3.1 两类风险的计算

#### 3.1.1 生产方风险的计算

生产方风险  $\alpha$  表征产品寿命符合标准时产品被拒收的概率。根据生产方风险定义及威布尔分布假设, 生产方风险可表示为

$$\alpha = P(r > C \mid \theta > \theta_0) = \frac{\sum_{r=C+1}^n P(r, \theta > \theta_0)}{P(\theta > \theta_0)} = \frac{\sum_{r=C+1}^n \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \pi(\lambda, m) d\lambda dm}{P(\theta > \theta_0)} \quad (23)$$

式中:  $r$  为验收试验发生故障的产品个数;  $C$  为接收产品的最大故障数;  $\theta_0$  和  $\theta_1$  分别为产品寿命检验的上限和下限。其中, 当  $r > C$  时, 拒绝接收产品。

结合式(10)及式(14), 式(23)分母部分可表示为

$$P(\theta > \theta_0) = P(\mu_l > \theta_0) = \iint_{\mu_l > \theta_0} \pi(\lambda, m) d\lambda dm = \int_{m_1}^{m_2} \int_0^D \pi(\lambda, m) d\lambda dm = \frac{1}{m_2 - m_1} \int_{m_1}^{m_2} \gamma(a, D) dm \quad (24)$$

式中:  $D = (\Gamma(1 + 1/m) / \theta_0)^m$ ;  $\gamma(s, x)$  为下不完全伽马函数, 表达式同式(21)。求解分子部分即为求解

$$P(r > C, \theta > \theta_0) = \sum_{r=C+1}^n P(r, \theta > \theta_0) = \sum_{r=C+1}^n \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \pi(\lambda, m) d\lambda dm \quad (25)$$

将式(10)及式(22)代入式(25)可得分子部分解析式。

### 3.1.2 使用方风险的计算

使用方风险  $\beta$  表征产品寿命不符合标准时产品被接收的概率。使用方风险  $\beta$  的计算方式与生产方风险的计算方式相同。根据使用方风险的定义可知:

$$\beta = p(r < C \mid \theta < \theta_1) = \frac{\sum_{r=0}^C P(r, \theta < \theta_1)}{P(\theta < \theta_1)} = \frac{\sum_{r=0}^C \iint_{\theta < \theta_1} P(r) \pi(\lambda, m) d\lambda dm}{P(\theta < \theta_1)} \quad (26)$$

结合式(10)及式(14), 式(26)分母部分可表示为

$$P(\theta < \theta_1) = P(\mu_l < \theta_1) = \iint_{\mu_l < \theta_1} \pi(\lambda, m) d\lambda dm = \int_{m_1}^{m_2} \int_0^D \pi(\lambda, m) d\lambda dm = \frac{1}{m_2 - m_1} \int_{m_1}^{m_2} \Gamma(a, D) dm \quad (27)$$

其中,

$$\Gamma(s, x) = \int_x^{+\infty} u^{s-1} e^{-u} du \quad (28)$$

为上不完全伽马函数。参考生产方风险计算过程, 式(26)分子部分可进一步表示为

$$P(r > C, \theta > \theta_0) = \sum_{r=C+1}^n P(r, \theta > \theta_0) = \sum_{r=C+1}^n \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \pi(\lambda, m) d\lambda dm \quad (29)$$

将式(10)及式(22)代入式(29)可得分子解析式。

### 3.2 基于抽样的两类风险计算

由于上述计算两类风险的解析式比较复杂, 本文拟使

用基于抽样的算法<sup>[18]</sup>, 确定参数  $\lambda, m$  的分布  $\pi(\lambda, m)$  以及仿真次数  $S$ , 该算法具体步骤如下所示。

#### 算法 1 基于抽样的两类风险计算方法

1. 根据先验分布  $\pi(\lambda, m)$  抽出容量为  $S$  的样本组  $(\lambda_i, m_i)$ 。
2. 将步骤 1 中的样本代入式(14), 根据判断条件  $\theta > \theta_0, \theta < \theta_1$  选出符合条件的两个样本组。
3. 将两个样本组代入式(22)并分别求均值, 可得式(23)和式(26), 即生产方、接收方风险分子的估计值<sup>[19]</sup>。
4. 将步骤 2 中筛选出的符合判断条件  $\theta > \theta_0, \theta < \theta_1$  的样本组分别除以总样本数, 可得式(24)和式(27), 即生产方、接收方风险分母的估计值。
5. 根据步骤 3 和步骤 4 求得结果可计算两类风险值。

显然, 算法 1 的核心问题在于如何从参数的分布中抽取随机样本。

参考式(10), 从先验分布  $\pi(\lambda, m)$  中抽样得到随机样本组  $(\lambda_i, m_i)$ , 具体过程如下:

$$\pi(\lambda, m) \propto \pi(\lambda \mid m) \pi(m) \quad (30)$$

式中:  $\pi(m)$  参考式(4);  $\pi(\lambda \mid m)$  参考式(9), 同时

$$\pi(\lambda \mid m) = \frac{(b\tau^m)^a}{\Gamma(a)} \lambda^{a-1} \exp(-b\tau^m \lambda) = \Gamma(\lambda; a, b\tau^m) \quad (31)$$

由式(31)可知,  $\pi(\lambda \mid m)$  服从伽马分布。故在算法 1 步骤 1 求得  $\pi(\lambda, m)$  后, 可以从式(4)中随机抽样得到样本  $m_i$ 。将  $m_i$  代入式(31)中可以对  $\lambda_i$  进行抽样, 这样就得到了一组样本  $(\lambda_i, m_i)$ 。

### 3.3 试验方案 $(T, n, C)$ 的确定

在 GJB899A 中, 产品验收方案由两类风险  $\alpha, \beta$  以及寿命检验上限  $\theta_0$ 、下限  $\theta_1$  4 个参数共同确定。本文基本思路与 GJB899A 相似, 产品验收试验方式采取定时截尾试验。同时, 由于所接受产品工作时长小于  $\theta_1$  是不可接受的, 故将截尾时间  $t_0$  设为寿命检验下限  $\theta_1$ 。检验上限  $\theta_0$  为产品寿命期望值。具体步骤参考算法 2。

#### 算法 2 产品验收试验方案 $(t_0, n, C)$ 的确定

1. 根据产品设计参数及验收方案鉴别比确定寿命检验上下限  $\theta_0, \theta_1$  及截尾试验时间  $t_0$ 。
2. 确定生产方提供的参与试验样本数  $n$ 。
3.  $C$  从 1 开始取值, 逐一递增, 到  $n$  为止。结合专家信息计算并记录  $C$  取不同值时的两类风险值。(实现过程可参考第 4.1 节, 图 1 展示了仿真结果)
4. 生产方、接收方协商选择合适的验收方案并实施, 若故障数超过  $C$  则拒收产品。

## 4 案例分析

案例中产品验收试验采用定时截尾试验方案。假设

产品寿命分布参数为  $\eta=800, m=1.5$ 。检验上限  $\theta_0$  为产品寿命期望值 722 h。以 GJB899A 中方案 12 为例,其鉴别比为 2,故检验下限  $\theta_1$  为 361 h,同时截尾时间为 361 h。假设得到的专家信息为产品工作 100 h 时的可靠度  $R_0=0.9568$ 。根据文献[20],对威布尔分布型产品进行定时截尾试验,若截尾时间较短( $t_0<0.5\eta$ ),可用指数分布代替威布尔分布。又  $361<0.5\eta$ ,故本文试验方案可与 GJB899A 试验方案进行对比。仿真试验步骤可参考算法 2。

4.1 给定参加试验产品数  $n$  确定验收方案

当截尾时间  $t_0$  及试验产品数  $n$  确定后,两类风险值随  $C$  的变化如图 1 所示。

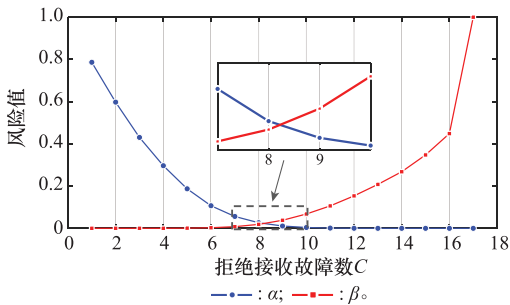


图 1 鉴别比  $d=2$ ,测试产品数  $n=20$ ,验收方案两类风险值随故障数变化情况

Fig. 1 Variation of two types of risks given different settings of fault numbers with  $d=2, n=20$

由图 1 可以发现,当投入试验产品数不变时,  $C$  对两类

风险计算的影响很大。同时,当  $C$  取 8 时两类风险值最为接近。但是具体选择拒接收数可以根据实际情况由生产方、使用方专家共同决定。如要更加倾向于降低使用方风险,可选  $C=7$  的方案。

4.2 给定拒绝接受产品故障数  $C$  确定验收方案

若  $C$  确定,两类风险值会随参加验收试验产品数  $n$  的变化而变化,如图 2 所示。假设  $C=5$ ,可以看出两类风险值在测试产品数  $n=9$  时最为接近。

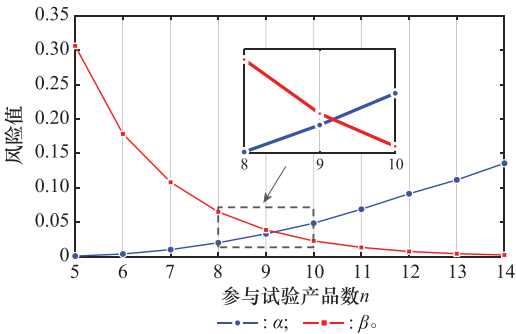


图 2 鉴别比  $d=2$ ,拒收数  $C=5$ ,验收方案两类风险值随参与试验产品数变化情况

Fig. 2 Variation of two types of risks given different settings of component numbers with  $d=2, C=5$

取鉴别比  $d=2$ ,生产方、接收方商定要求两类风险  $\alpha, \beta<0.1$  的情况下,在投入试验产品数取不同值时,可通过算法 2 依次进行仿真试验。表 1 展示了当试验产品数  $n$  取 4~20 情况下的最佳试验方案。

表 1 鉴别比  $d=2$ ,两类风险  $\alpha, \beta<0.1$  时 RAT 方案  
Table 1 Plan of the RAT when discrimination ratio  $d=2$  and two types of risks  $\alpha, \beta<0.1$

验收方案序号	$\alpha$	$\beta$	接收产品最大故障数 $C$	投入试验样本数 $n$	$T/h$	$\alpha+\beta$
GJB899A	0.100 0	0.100 0	14	15	6 787	0.200 0
1	0.018 9	0.005 8	8	20	7 220	0.024 7
2	0.014 4	0.009 1	8	19	6 859	0.023 5
3	0.010 5	0.014 1	8	18	6 498	0.024 6
4	0.019 3	0.009 2	7	17	6 137	0.028 5
5	0.014 7	0.014 2	7	16	5 776	0.028 9
6	0.011 2	0.021 7	7	15	5 415	0.032 9
7	0.020 7	0.014 1	6	14	5 054	0.034 8
8	0.015 6	0.022 4	6	13	4 693	0.038 0
9	0.031 9	0.013 5	5	12	4 332	0.045 4
10	0.023 1	0.022 8	5	11	3 971	0.045 9
11	0.048 8	0.012 7	4	10	3 610	0.061 5
12	0.034 6	0.022 9	4	9	3 249	0.057 5
13	0.024 4	0.040 8	4	8	2 888	0.065 2
14	0.059 2	0.023 1	3	7	2 527	0.082 3
15	0.039 5	0.043 8	3	6	2 166	0.083 3
16	0.024 2	0.084 5	3	5	1 805	0.108 7
17	0.079 0	0.046 2	2	4	1 444	0.125 2

表 1 中  $T$  代表总试验时间。由表 1 可知,当融合专家信息的验收方案在试验时间与 GJB899A 对比方案接近时,

可以明显降低两类风险。同时,在本文提出的验收方案下,两类风险值之和随试验样本数和总试验时间的减少而增

加。此时,需要生产方及接收方根据实际情况决定采取何种方案;如果倾向于降低风险,可以考虑提高试验产品数  $n$ ,降低两类风险;如果倾向于控制成本,可以考虑在两类风险不超过要求的前提下减少试验样本数。

对于鉴别比  $d=3$ ,生产方、接收方商定要求两类风险  $\alpha, \beta < 0.1$  时,类比上述计算步骤,可以得到表 2。由表 2 结果可知,融合专家信息的产品验收试验方案显著降低了两类风险及试验时间,进一步验证了所提方案的有效性。

表 2 鉴别比  $d=3$ ,两类风险  $\alpha, \beta < 0.1$  时 RAT 方案  
Table 2 Plan of the RAT when discrimination ratio  $d=3$  and two types of risks  $\alpha, \beta < 0.1$

验收方案序号	$\alpha$	$\beta$	接收产品最大故障数 $C$	投入试验样本数 $n$	$T/h$	$\alpha+\beta$
GJB899A	0.100 0	0.100 0	6	7	2 232	0.200 0
1	0.012 2	0.031 2	4	10	2 400	0.043 4
2	0.033 7	0.014 6	3	9	2 160	0.048 3
3	0.025 3	0.027 7	3	8	1 920	0.053 0
4	0.017 9	0.051 9	3	7	1 680	0.069 8
5	0.066 4	0.022 8	2	6	1 440	0.089 2
6	0.047 1	0.047 3	2	5	1 200	0.094 4
7	0.031 2	0.098 2	2	4	960	0.129 4

4.3 专家信息与产品实际状态有出入时对验收方案设计的影响及解决

在工程应用中,专家信息由于存在一定的主观性,并不绝对可靠。本节讨论了当专家信息与产品实际情况有出入时对验收方案设计的影响。

4.3.1 专家信息变化对方案的影响

在第 4 节案例分析中,给出的专家信息为产品工作 100 h 时的可靠度  $R_0=0.956\ 8$ 。此为结合式(3)仿真计算产生的精确专家信息。但实际专家可能难以给出如此精确的数据。为验证专家信息与实际产品状态有偏差时对可靠性验收方案的影响,本节进行对比试验,分别计算专家信息为产品工作 100 h 时  $R_0=0.97, 0.9, 0.85, 0.8, 0.7$  情况对可靠性验收方案的影响情况。

根据图 1 所示,当投入样本数  $n=20$ ,鉴别比  $d=2$  时。若专家信息为  $R_0=0.956\ 8$ ,验收试验方案选择标准为生产方、使用方风险尽量接近,使用方风险略小,那么应该选择  $C=8$  的验收方案。在保持  $n=20, d=2$  不变的情况下,对上述提到不同可靠度取值对应的两类风险进行计算,结果如表 3 所示。

表 3  $d=2, n=20$  时,验收方案随专家信息变化情况

Table 3 Variation of RAT with the changes of expert information while  $d=2, n=20$

专家信息	试验方案( $T, n, C$ )	$\alpha$	$\beta$
GJB899A	(9 930, 20, 19)	0.066 7	0.057 5
0.956 8*	(7 220, 20, 11)	0.001 1	0.055 1
0.956 8*	(7 220, 20, 10)	0.003 1	0.030 0
0.956 8*	(7 220, 20, 9)	0.008 1	0.014 1
0.956 8*	(7 220, 20, 8)	0.018 9	0.005 8
0.97	(7 220, 20, 9)	0.012 2	0.009 8
0.9	(7 220, 20, 9)	0.015 4	0.007 1
0.8	(7 220, 20, 10)	0.008 1	0.007 7
0.7	(7 220, 20, 10)	0.008 2	0.005 1
0.6	(7 220, 20, 10)	0.008 5	0.003 6
0.55	(7 220, 20, 11)	0.004 8	0.004 4

在表 3 中,当专家信息为  $R_0=0.956\ 8$ ,故障数  $C$  取 8~11 时,计算所得两类风险最为准确,且风险都在可控范围内,可作为参考。其中,  $C=8$  由于满足验收方案选择条件,是最合适的方案。当专家信息为  $R_0=0.97, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6$  时,根据两类风险计算结果,  $C$  取 9, 10, 偏离实际最优方案  $C=8$ ,但依然可接受。当专家信息为  $R_0=0.55$  时  $C$  取 11,此时虽未超过  $\alpha < 0.1, \beta < 0.1$  的限制,但生产方、使用方风险较悬殊,不宜采纳。

由上述结果可知,当专家信息与实际情况偏差在一定范围内( $\Delta R=0.356\ 8$ )时,对验收方案的设计有影响,但影响在可接受范围内。这也间接证明了本文所提出方法的稳定性。

4.3.2 利用融合的先验分布优化验收方案

专家信息是根据专家长期经验进行总结而得到的信息。可能会出现个别专家信息置信度不高,或与实际出入过大的情况。第 4.3.1 节证明了专家信息存在偏差时,验收方案两类风险值依然可以保持在限定范围内。若个别专家信息偏差较大,对多个专家信息进行融合较为合理。这样可以降低置信度较低的专家信息带来的影响。融合的先验分布形式为

$$\pi(\lambda, m) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \pi_i(\lambda, m)$$

(32)

式中:  $\pi_i$  为通过第 2 节方法确定的先验分布;  $\epsilon_i$  为其对应的权重。由此可知融合的核心为确定先验分布权重。具体方法可参考于春雨等<sup>[21]</sup>应用基于 D-S 证据推理理论的权重求解方法。

以生产方风险为例,通过推导可知融合的先验分布条件下有

$$\alpha = \frac{\sum_{r=C+1}^n \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \pi(\lambda, m) d\lambda dm}{P(\theta > \theta_0)} =$$

$$\frac{\sum_{r=C+1}^n \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \sum_{i=1}^n \epsilon_i \pi_i(\lambda, m) d\lambda dm}{P(\theta > \theta_0)} =$$

$$\frac{\sum_{r=C+1}^n \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \pi_i(\lambda, m) d\lambda dm}{P(\theta > \theta_0)} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \iint_{r=C+1}^n \iint_{\theta > \theta_0} P(r) \pi_i(\lambda, m) d\lambda dm}{P(\theta > \theta_0)} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \alpha_i \quad (33)$$

式中:  $\alpha_i$  为先验分布  $\pi_i$  通过第 3.1.1 节所提出的算法计算的生产方风险, 使用方风险同理。故融合先验分布两类风险计算相当于各先验分布独立计算两类风险后再进行加权。在利用第 3.2 节提出的算法 1 进行两类风险计算后, 结合式(33)可得融合的两类风险。利用第 3.3 节提出的试验方案确定法可得到融合多专家信息的试验方案。

## 5 结 论

由于 GJB899A 的定时截尾试验方案的制订仅考虑产品寿命分布类型(如指数分布)信息, 导致验收试验时间长、风险大, 已经难以适用于大型复杂装备的可靠性鉴定验收。本文基于不同类型专家信息, 对产品 RAT 方法进行了改进。通过将本文提出的验收方案与 GJB899A 中的方案对比, 可以发现有效利用专家信息可以显著降低两类风险值、缩短试验时间。案例分析中列举的两种试验条件下进行的试验方案充分证明了所提出理论的有效性。

下一步准备在现有基础上继续深入, 针对不同分布类型的产品, 如正态分布型产品等, 开展试验鉴定方案制定方法研究。

此外, 为降低单个专家信息置信度不高所带来的不确定性, 后续研究将对第 4.3.2 节进行更加细致的研究, 提出更准确、更合理的融合多个专家信息的可靠性验收方案制订法, 充分挖掘专家信息, 以达到最大化利用的目的。

## 参考文献

- [1] WASSERMAN G. Reliability verification, testing, and analysis in engineering design[M]. New York: CRC Press, 2002.
- [2] 祝耀昌. MIL-HDBK-781 美国军用手册简介[J]. 航空标准化与质量, 1986(3): 52-56.  
ZHU Y C. An introduction of the MIL-HDBK-781 US military manual[J]. Aeronautic Standardization & Quality, 1986(3): 52-56.
- [3] GJB899A-2009. 可靠性鉴定和验收试验[S]. 北京: 中国人民解放军总装备部, 2009.  
GJB899A-2009. Reliability testing for qualification and production[S]. Beijing: General Reserve Department of PLA, 1987.
- [4] 孙扩, 赵波, 杨航. 基于三参数威布尔可靠性模型的航空装备故障预测研究[J]. 航空维修与工程, 2020, 352(10): 51-54.  
SUN K, ZHAO B, YANG H. Research on aviation equipment failure prediction based on three parameter Weibull reliability model[J]. Aviation Maintenance and Engineering, 2020, 352(10): 51-54.
- [5] JUN C H, BALAMURALI S, LEE S H. Variables sampling plans for Weibull distributed lifetimes under sudden death testing[J].

- IEEE Trans. on Reliability, 2006, 55(1): 53-58.
- [6] TSAI T R, LU Y T, WU S J. Reliability sampling plans for Weibull distribution with limited capacity of test facility[J]. Computers & Industrial Engineering, 2008, 55(3): 721-728.
- [7] CHEN J W, LI K H, LAM Y. Bayesian single and double variable sampling plans for the Weibull distribution with censoring[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 177(2): 1062-1073.
- [8] BALAMURALI S, JEYADURGA P, USHA M. Optimal design of repetitive group sampling plans for Weibull and Gamma distributions with applications and comparison to the Birnbaum-Saunders distribution[J]. Journal of Applied Statistics, 2018, 45(14): 2499-2520.
- [9] 杨军, 武小悦, 马深梅. 可靠性试验评定中专家信息融合[J]. 航空计算技术, 2007, 38(5): 14-17.  
YANG J, WU X Y, MA S M. Aggregation of expert judgments in reliability test and estimation[J]. Aeronautical Computing Technique, 2007, 38(5): 14-17.
- [10] 明志茂, 张云安, 陶俊勇, 等. 二项分布 Bayes 鉴定试验次数的选择与分析[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(12): 2512-2515.  
MING Z M, ZHANG Y A, TAO J Y, et al. Analysis of test scheme for a Bayes plan of qualification test in binomial case[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(12): 2512-2515.
- [11] ZHANG X G, MAHADEVAN S, DENG X Y. Reliability analysis with linguistic data: an evidential network approach[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 162(C): 111-121.
- [12] ZHAO Q, JIA X, CHENG Z J, et al. Bayesian estimation of residual life for Weibull-distributed components of on-orbit satellites based on multi-source information fusion[J]. Applied Sciences, 2019, 9(15): 3017.
- [13] ZHAO Q, JIA X, GUO B. Bayesian estimation of residual life for Weibull distributed products based on the fusion of different forms of expert information[C]//Proc. of the IEEE 19th International Conference on Software Quality, Reliability and Security Companion, 2019.
- [14] ZHAO Q, JIA X, SONG Z L, et al. Bayesian estimation of residual life for Weibull distributed components by fusing expert knowledge[C]//Proc. of the International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, 2019: 9021172.
- [15] ZHU T, YAN Z Z, PENG X. A Weibull failure model to the study of the hierarchical Bayesian reliability[J]. Eksplotacja i Niezawodnosc-Maintenance and Reliability, 2016, 18(4): 501-506.
- [16] 周晓东, 汤银才, 费鹤良. 删失数据威布尔分布参数的贝叶斯统计分析[J]. 上海师范大学学报(自然科学版), 2008, 37(1): 28-34.  
ZHOU X D, TANG Y C, FEI H L. Bayesian estimation of the parameters of the Weibull distribution based on censored samples[J]. Journal of Shanghai Normal University(Natural Sciences), 2008, 37(1): 28-34.
- [17] 韩峰, 陆希成, 刘钰, 等. 二项分布中成功概率的贝叶斯序贯检验方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(2): 270-274.

HAN F, LU X C, LIU Y, et al. Bayesian sequential test method for probability of success of binomial distribution based on posterior probability [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(2): 270-274.

[18] GUO J, LI Z J, KEYSER T. A Bayesian approach for integrating multilevel priors and data for aerospace system reliability assessment[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(1): 41-53.

[19] ADAMCZAK R, BEDNORZ W. Some remarks on MCMC estimation of spectra of integral operators[J]. Bernoulli Official Journal of the Bernoulli Society for Mathematical Statistics & Probability, 2015, 21(4): 2073-2092.

[20] 李龙享, 曾声奎. 小样本下指数分布代替威布尔分布的研究[J]. 北京航空航天大学学报, 1995, 21(4): 72-77.

LI L X, ZENG S K. Study on substituting the exponential distribution for the Weibull distribution under the condition of small sample[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1995, 21(4): 72-77.

[21] 于春雨, 苏子美, 孙永全, 等. 指数型产品多阶段可靠性增长的 Bayes 模型[J]. 中国机械工程, 2015, 26(23): 3146-3149, 3155.

YU C Y, SU Z M, SUN Y Q, et al. Bayes model of exponential product multi-stage reliability growth[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(23): 3146-3149, 3155.

作者简介

**谭 尧**(1997—),男,硕士研究生,主要研究方向为可靠性评估、装备综合保障。

**赵 骞**(1994—),男,助教,硕士,主要研究方向为系统可靠性分析、装备试验鉴定。

**王文峰**(1978—),男,高级工程师,博士,主要研究方向为雷达装备综合论证与保障。

**郭 波**(1962—),男,教授,博士研究生导师,博士,主要研究方向为可靠性、项目管理。

**蒋 平**(1976—),男,副教授,博士,主要研究方向为系统可靠性。