

考虑齿隙的多约束导引控制一体化设计方法

姜 尚¹, 魏 波¹, 梁伟阁^{2,*}, 孙东彦¹, 李进军¹, 马 野¹

(1. 海军大连舰艇学院导弹与舰炮系, 辽宁 大连 116018;

2. 海军工程大学兵器工程学院, 湖北 武汉 430033)

摘 要: 在舰炮制导炮弹进行远程对岸火力支援的末端, 考虑舵机齿隙、限定攻击角以及测量视线角速率受限, 提出了一种基于动态面滑模与扩张状态观测器的多约束导引控制一体化设计方法。构建了制导炮弹的导引控制一体化的严反馈串级模型, 将舵机视为更符合实际的含齿隙双惯量子系统。针对视线角速率和风等未知干扰, 设计扩张状态观测器对其实施迅速而准确的估计。设计具备自适应指数趋近律的非奇异终端滑模, 致使视线角速率与视线角跟踪误差在有限时间内零化。在高阶串级系统中合理运用动态面滑模, 有效改善微分膨胀问题。运用 Lyapunov 理论证明了系统一致最终有界性以及重要状态的有限时间收敛性。通过对比仿真实验, 在所提方法的调控下, 含有舵机齿隙的制导炮弹在打击固定与蛇形机动目标时, 均具有良好的制导性能。

关键词: 制导炮弹; 导引控制一体化; 多约束; 齿隙; 动态面滑模

中图分类号: TJ 413. +6

文献标志码: A

DOI:10.12305/j.issn.1001-506X.2022.04.30

Integrated guidance and control design method with multiple constraints and backlash

JIANG Shang¹, WEI Bo¹, LIANG Weige^{2,*}, SUN Dongyan¹, LI Jinjun¹, MA Ye¹

(1. Department of Missile and Naval Gun, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China;

2. Institute of Weapons Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: At the end of long-range shore fire support by naval gun guided projectile, an integrated guidance and control design method with multiple constraints based on dynamic surface sliding mode and extended states observer is proposed, considering the canard backlash, impact angle constraint and limitation of measurement line of sight (LOS) angle rate. The strict feedback cascade model of integrated guidance and control for guided projectile is constructed, and the canard is regarded as more practical dual inertial quantum system with backlash. For unknown disturbances such as LOS angle rate and wind, an extended state observer is designed to estimate them quickly and accurately. A nonsingular terminal sliding mode with adaptive exponential reaching law is designed to make the LOS angle rate and LOS angle tracking error zero in finite time. In order to improve the differential expansion problem effectively, dynamic surface sliding mode is used in high-order cascade system. The system uniform and ultimate bounded and finite time convergence of important states are proved through Lyapunov theory. Through comparative simulation experiments, under control of the proposed method, the guided projectile with actuator backlash possess good guidance performance when attacking fixed and snake maneuvering targets.

Keywords: guided projectile; integrated guidance and control; multiple constraints; backlash; dynamic surface sliding mode

收稿日期:2021-04-19; 修回日期:2021-06-14; 网络优先出版日期:2021-08-24。

网络优先出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20210824.1354.002.html>

基金项目: 海军大连舰艇学院科研发展基金(DJYKYKT2020-010)资助课题

* 通讯作者。

引用格式: 姜尚, 魏波, 梁伟阁, 等. 考虑齿隙的多约束导引控制一体化设计方法[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(4): 1318-1328.

Reference format: JIANG S, WEI B, LIANG W G, et al. Integrated guidance and control design method with multiple constraints and backlash[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(4): 1318-1328.

0 引言

近年来,世界军事强国不断加快海军战略的转型改革,“从海到陆,由海制陆”等海战思想也在快步发展^[1],都需要舰炮装备在对海对岸作战时,具备远程精确打击与持续火力支援能力。舰炮制导炮弹^[2]不仅比导弹射速高、效费比高、持续作战能力强,而且较常规弹药射程远、脱靶量小,能够对近岸目标实施远程压制与精确打击^[3],为登陆部队提供持续可靠的火力支援。

导引控制系统是关系到舰炮制导炮弹实现作战目标的关键,它的常规设计方法是基于时标分离条件^[4-5],忽略两子系统之间的耦合作用,难以证明整体制导系统的稳定性^[6]。但随着攻防装备升级、弹目相对运动加剧,质心导引与姿态控制之间的耦合作用显著增强,将两个子系统进行导引控制一体化(integrated guidance and control, IGC)设计^[7],能够进一步提升制导系统的整体性能。

Williams 等^[8]最早在 1983 年提出 IGC,通过气动角来联系质心导引与姿态控制,集成出一个高阶串级系统,根据弹目相对运动、弹体姿态等信息直接解算出舵机的操纵指令^[9]。随着现代控制理论的蓬勃发展,涌现出最优控制^[10-11]、反步控制^[12-13]、动态面控制^[14-15]、滑模控制(sliding mode control, SMC)^[16-18]等 IGC 设计方法。

应用最优控制进行 IGC 设计的难点是求解 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程,Vaddi 等^[10]基于 Riccati 方程实现了 IGC 数值求解,但计算量大。Xin 等^[11]基于 θ -D 方法成功地进行了 IGC 次优化设计,其性能却敏感于指标权重。针对飞行器 IGC 设计问题,Seyedipour 等^[12]提出了一种反步控制方法,通过 Lyapunov 理论分析了系统稳定性。针对导弹 IGC 系统,Ibarrondo 等^[13]基于反步控制完成了 IGC 设计,该方法的主要缺陷是,在解算虚拟控制量的时候容易造成微分膨胀问题。为此,Wang 等^[14]在进行导弹纵平面 IGC 设计时,运用低通滤波器进行求解,有效地避免了微分膨胀现象的出现。Guo 等^[15]针对拦截弹 IGC 设计中存在的喷流扰动,运用动态面控制有效减弱了控制量峰值。响应速度快、实践难度小、系统稳定性强等是 SMC 的显著优势,Jiang 等^[16]基于一阶滑模提出了 IGC 设计方法,运用视线角与视线角速率构造滑模面。Koren 等^[17]研究了导弹拦截机动目标时的 IGC 设计问题,提出了无需目标机动先验信息的一阶 SMC 方法,具有一定的实际应用潜力。Sagliano 等^[18]基于高阶滑模设计了飞行器 IGC 控制指令,在一定程度上提升了制导系统的整体性能。同时,作用于系统内、外部的不确定性干扰,无疑对 IGC 设计施加了更多的压力。因此,Wang 等^[19]运用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)精确地估计出未知干扰,提高了 IGC 系统的鲁棒性。ESO 由 Han^[20]首次提出,可以迅速准确地观测出不确定性干扰,值得一提的是,它并不需要研究对象准确的数学模型。进一步地,Wang 等^[21]将 IGC 设计转化为状态变量的跟踪问题,设计 ESO 估计目标机动,但未将 ESO 的观测误差纳入到系统稳定性分析当中。

在实际作战中,为了提升对目标的毁伤效果,往往会要

求弹体以一定的攻击角命中目标^[22];制导炮弹区别于导弹等的最大特征,就是发射后始终处于自旋状态,这限制了视线角速率的测量^[23],上述约束条件显然向 IGC 设计提出了新的挑战,尤其是在同时还要兼顾系统一致最终有界(uniformly ultimately bounded, UUB)^[24],而这些恰恰是客观存在且亟待解决的重要问题。值得注意的是,相对于导弹等高速飞行器,制导炮弹只采用电动舵机作为唯一的执行机构^[25],而齿隙是制约舵机性能的重要非线性因素,但在上述文献中,均是将其视为低阶的理想模型,难以反映出实际存在于舵机中的非线性特性与动态特性对飞行控制的影响程度,因此在设计 IGC 方法时考虑舵机齿隙具有重要的意义^[26]。

然而,齿隙死区模型具有非连续、不可微^[27]等非线性特性,并且重要的参数通常也很难精确测量出来,这在一定程度上阻碍了齿隙模型建立与精确补偿控制,于是诸多学者先后提出了包括逆模型^[28]、迟滞模型^[29]等在内的一些齿隙非线性模型。但是在舵机三闭环控制系统中,齿隙很难直接折算到控制指令的输入端,这限制了逆模型的推广与应用,另一方面,迟滞模型虽然具有结构简单的优势,但它是不可微的,容易导致传动力矩在换向时发生震荡。为了能够对其进行高精度的逼近,文献[30]设计了一种便于系统控制的近似死区模型,它具有连续可微的性质,文献[31]进一步阐明了采用该模型描述齿隙的合理性与可行性,并分析论证了参数选取与逼近精度的关系。

本文综合考虑了多项约束与齿隙因素,基于动态面滑模(dynamic surface sliding mode, DSSM)控制与 Lyapunov 稳定性理论,提出了考虑齿隙的多约束导引控制一体化(IGC with multiple constraints and backlash, IGCMCB)方法。需要解决下列几项问题:首先,针对不确定干扰与视线角速率难以测量,要设计 ESO 对其进行实施准确迅速的观测,并将观测误差纳入到系统稳定性分析中;然后,为了在有限时间内零化视线角跟踪误差与视线角速率,需要结合弹目距离与接近速率,设计具有自适应指数趋近律的非奇异终端滑模,并且运用 DSSM 消除控制量的高频抖振;最后,IGCMCB 不仅需要使制导炮弹满足多项约束条件和全系统状态 UUB,同时也应该有效地削弱齿隙对于 IGC 设计的影响。

1 模型建立

1.1 IGC 设计模型

在纵平面中,构建制导炮弹 IGC 设计模型,示意如图 1 所示。

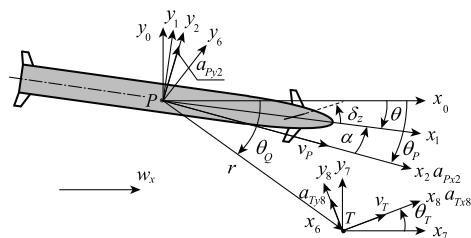


图1 制导炮弹的 IGC 设计模型

Fig. 1 IGC design model of guided projectile

图 1 中, P 表示舰炮制导炮弹, T 为目标, Px_0y_0 、 Px_1y_1 、 Px_2y_2 、 Px_6y_6 、 Tx_7y_7 、 Tx_8y_8 分别为基准系、弹体系、弹道系、视线系、目标基准系、目标弹道系^[16], v_p 、 θ_p 与 v_T 、 θ_T 表示弹体和目标的速度、弹道倾角, r 、 θ_Q 、 θ 、 α 、 δ_z 、 ω_c 分别表示弹目距离、视线角、俯仰角、攻角、舵偏角、水平风速, a_{Px2} 、 a_{Py2} 表示弹体加速度在 Px_2y_2 系的分量, a_{Tx8} 、 a_{Ty8} 表示目标加速度在 Tx_8y_8 系的分量。为便于分析讨论,作以下合理假设:

假设 1^[7] 视目标为质点, r 、 θ_Q 、 θ_p 均易通过成熟途径获取,且始终满足 $v_p > v_T$ 。

弹目相对运动关系为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_Q = -\frac{v_p}{r} \sin \theta_{PQ} + \frac{v_T}{r} \sin \theta_{TQ} \\ \ddot{\theta}_Q = -2 \frac{\dot{r}}{r} \dot{\theta}_Q - \frac{a_{Py6}}{r} + \frac{a_{Ty6}}{r} \\ a_{Py6} = a_{Px2} \sin \theta_{PQ} + a_{Py2} \cos \theta_{PQ} \\ a_{Ty6} = a_{Tx8} \sin \theta_{TQ} + a_{Ty8} \cos \theta_{TQ} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\theta_{PQ} = \theta_p - \theta_Q$; $\theta_{TQ} = \theta_T - \theta_Q$; d_{θ_i} 为目标机动引入的干扰; a_{Px2} 、 a_{Py2} 分别表示为

$$\begin{cases} ma_{Px2} = QSc_x + mg \sin \theta_p + \underbrace{QSc_x k_\alpha \alpha^2 + \Delta F_{Px2}}_{d_{a_{Px2}}} \\ ma_{Py2} = QSc'_y \alpha - mg \cos \theta_p + \underbrace{QSc'_y \delta_z + QSc'_y \Delta \alpha + \Delta F_{Py2}}_{d_{a_{Py2}}} \end{cases} \quad (2)$$

Q 、 m 、 g 、 S 、 c_x 、 k_α 、 c'_y 、 c_{δ_z} 、 $\Delta \alpha$ 分别表示弹体动压头、质量、重力加速度、最大横截面积、零升阻力系数、攻角阻力系数、弹体升力系数导数、舵升力系数导数、附加攻角; $\Delta \alpha = -\arctan(\omega_x \sin \theta_p / v_p)$; ΔF_{Px2} 、 ΔF_{Py2} 为受力建模误差。

在纵平面内,弹体动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \dot{\theta} - a_{Py2} / v_p \\ \ddot{\theta} = M / J \end{cases} \quad (3)$$

式中: M 、 J 表示俯仰力矩、转动惯量,其中, M 为

$$M = Qslm'_\alpha - Qslm'_z \dot{\theta} / v_p + \underbrace{Qslm'_z \delta_z + Qslm'_z \Delta \alpha + \Delta M}_{d_M} \quad (4)$$

式中: l 、 d 、 m'_α 、 m'_z 、 m_{δ_z} 分别为弹长、弹径、静力矩系数导数、赤道阻尼力矩系数导数、操纵力矩系数导数; ΔM 为弹体作用力矩建模误差。

假设 2^[11] 升力主要由 α 产生,将由 δ_z 产生的升力视为有界不确定干扰。

根据文献[14],可以将攻击角 θ_E 视为在弹体命中目标时,弹体速度与目标速度之间的夹角,并且 θ_E 约束可以等价地转换为对 θ_Q 的终端值 θ_{Qf} 的约束。

1.2 含齿隙的双惯量舵机模型

弹载电动舵机选用永磁无刷直流电机,电机通过传动比为 N_δ 、最大齿隙宽度为 $2j_\delta$ 的减速齿轮驱动舵片,将其化简为等效电路,得到含齿隙的双惯量舵机模型,如图 2 所示。图 2 中, R_δ 为回路电阻, K_e 为反电势系数, T_m 为转

矩, K_t 为转矩系数, δ_m 、 $\dot{\delta}_m$ 、 J_m 、 B_m 、 δ_z 、 $\dot{\delta}_z$ 、 J_δ 、 B_δ 分别为电机与舵机的转角、角速率、转动惯量、摩擦系数, T_d 、 T_f 、 T_h 、 T_k 分别代表等效至驱动轴的干扰、摩擦、铰链和传动力矩, k_c 为从动轴的等效刚度。

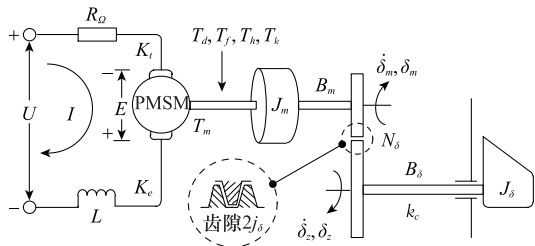


图 2 含齿隙的舵机双惯量模型

Fig. 2 Double inertia model of canard with backlash

该模型可由如下传动力矩方程描述:

$$\begin{aligned} T_m &= J_m \frac{d\dot{\delta}_m}{dt} + T_d + T_f + T_h + T_k = \\ J_m \frac{d\dot{\delta}_m}{dt} &+ T_d + T_f + h_\delta \delta_z + k_c f(z_\delta) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $h_\delta = T_{h\max} / \delta_{\max}$ 为铰链矩系数, $T_{h\max}$ 为舵机最大力矩; $z_\delta = \delta_m - \delta_z N_\delta$ 为驱动、从动轴之间的相对转角,即齿隙宽度,且有 $-2j_\delta \leq z_\delta \leq 2j_\delta$; $f(z_\delta)$ 为连续不可微的死区函数^[27]。为了便于设计,引入连续可微的近似死区函数:

$$f_\theta(z_\delta) = z_\delta - j_\delta \left(\frac{2}{1 + e^{-\sigma_\delta z_\delta}} - 1 \right) \quad (6)$$

记 $f_\theta(z_\delta)$ 与 $f(z_\delta)$ 的逼近误差为 $\Delta f(z_\delta)$ 。

引理 1^[25] 对于由文献[27]和式(5)所描述的死区、近似死区函数,有以下结论成立: ① $\lim_{z_\delta \rightarrow \infty} \Delta f(z_\delta) = 0$;

② $|\Delta f(z_\delta)| \leq \frac{2j_\delta e^{-\sigma_\delta z_\delta}}{1 + e^{-\sigma_\delta z_\delta}}$; ③ 当 $\sigma_z = 2/j_\delta$ 时,逼近误差最小。

弹载舵机的电机伺服系统采用三闭环控制方式^[25],同时,引入含有非线性齿隙的舵机双惯量模型,记 K_{ip} 、 K_{vp} 、 K_{pwm} 分别表示电流、速度、逆变器的比例控制系数, u 为位置控制器输出的控制信号, K_v 为速度环反馈系数。

1.3 近岸目标模型

近岸目标 T 可以由一阶惯性环节描述:

$$\begin{cases} \tau_T \dot{a}_{Tx_8} = a_{Tx_8}^c - a_{Tx_8} \\ \tau_T \dot{a}_{Ty_8} = a_{Ty_8}^c - a_{Ty_8} \end{cases} \quad (7)$$

式中: τ_T 为时间常数; $a_{Tx_8}^c$ 、 $a_{Ty_8}^c$ 为目标在速度方向、法向上的加速度控制量。目标机动能力显然是未知有界的。

1.4 系统状态空间模型

综上所述,考虑模型假设、目标机动、弹体受力建模误差、舵机齿隙、舵机干扰力矩等系统内外不确定干扰,定义全系统的状态变量 $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]^T = [\theta_Q - \theta_{Qf}, \dot{\theta}_Q, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\delta}_z, \delta_z, z_\delta - j_\delta \left(\frac{2}{1 + e^{-\sigma_\delta z_\delta}} - 1 \right), \dot{z}_\delta \left(1 - 2\sigma_\delta j_\delta \cdot \frac{e^{-\sigma_\delta z_\delta}}{(1 + e^{-\sigma_\delta z_\delta})^2} \right)]^T$, 可得含舵机齿隙双惯量模型的 IGC 系统状态空间为

$$\left\{\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{2\dot{r}}{r}x_2 - \underbrace{\left(\frac{QSc_x}{mr} + \frac{g\sin\theta_P}{r}\right)\sin\theta_{PQ}}_{f_{21}} + \underbrace{\frac{g\cos\theta_P\cos\theta_{PQ}}{r}}_{a_2} - \underbrace{\frac{QSc'_y\cos\theta_{PQ}}{mr}}_{a_2}x_3 - \underbrace{\frac{d_{a_{Py2}}}{mr}\sin\theta_{PQ}}_{d_2} - \underbrace{\frac{d_{a_{Py2}}}{mr}\cos\theta_{PQ}}_{d_2} + d_{\theta_T} \\ \dot{x}_3 &= -\underbrace{\frac{QS'_y}{mv_P}x_3}_{f_3} + \underbrace{\frac{g\cos\theta_P}{v_P}}_{d_3} + x_4 - \underbrace{\frac{d_{a_{Py2}}}{mv_P}}_{d_3} \\ \dot{x}_4 &= \underbrace{\frac{QSlm'_z}{J}x_3}_{f_4} - \underbrace{\frac{QSlm''_z}{Jv_P}x_4}_{a_4} + \underbrace{\frac{QSlm^{\delta}_z}{J}x_5}_{a_4} + \underbrace{\frac{d_M}{J}}_{d_4} \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \underbrace{\frac{k_c N_{\delta}}{J_{\delta}}x_7}_{a_6} - \underbrace{\frac{B_{\delta}}{J_{\delta}}x_8}_{f_6} + \underbrace{\frac{k_c N_{\delta}}{J_{\delta}}\Delta f(z_{\delta})}_{d_6} \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= \underbrace{\frac{\zeta h_{\delta}}{J_m}x_5}_{f_8} + \underbrace{\left(\frac{B_{\delta}}{J_{\delta}} - \frac{K_v\Lambda_1 + \Lambda_2 + B_m}{J_m}\right)x_6}_{f_8} - \underbrace{\left(\frac{1}{J_m} + \frac{N_{\delta}^2}{J_{\delta}}\right)\zeta k_c x_7}_{f_8} - \underbrace{\frac{(K_v\Lambda_1 + \Lambda_2 + B_m)}{J_m}x_8}_{f_8} + \underbrace{\frac{\zeta\Lambda_1}{J_m}u}_{b} + \\ &\quad \underbrace{2\sigma_{\delta}^2 j_{\delta} \dot{z}_{\delta}^2 - \frac{\zeta}{J_m}T_d - \left(\frac{1}{J_m} + \frac{N_{\delta}^2}{J_{\delta}}\right)\zeta k_c \Delta f(z_{\delta})}_{d_8}, \Lambda_1 = \frac{K_{vp}K_{ip}K_{pwm}K_t}{R_{\Omega} + K_{ip}K_{pwm}}; \Lambda_2 = \frac{K_t K_e}{R_{\Omega} + K_{ip}K_{pwm}} \end{aligned}\right. \quad (8)$$

式中： $\iota = e^{-\sigma_{\delta} z_{\delta}}(1 - e^{-\sigma_{\delta} z_{\delta}})/(1 + e^{-\sigma_{\delta} z_{\delta}})^3$ ； $\zeta = 1 - 2\sigma_{\delta} j_{\delta} e^{-\sigma_{\delta} z_{\delta}}/(1 + e^{-\sigma_{\delta} z_{\delta}})^2$ 。为了便于分析讨论，根据系统实际情况，作合理假设如下：

假设 3^[17] 干扰项 d_i ($i=2,3,4,6,8$) 未知有界，且其导数项有界，存在正常数 $d_{i\max}$ 、 $\dot{d}_{i\max}$ 使不等式 $|d_i| \leq d_{i\max}$ 、 $|\dot{d}_i| \leq \dot{d}_{i\max}$ 始终成立。

$\Delta f(z_{\delta})$ 在定义域上属于连续函数，当且仅当 $z_{\delta} = \pm j_{\delta}$ 时不可导，原因是左导数不等于右导数，但在除此以外的定义域上，均可导，并且导数有界。

2 IGCMCB 设计

设计方法目的为针对含舵机齿隙双惯量模型的 IGC 系统式(8)，在 x_1 约束、测量 x_2 受限、 d_i ($i=2,3,4,6,8$) 未知有界的工况下，得到适宜的控制量 u ，在有限时间内零化 x_1 、 x_2 ，确保系统 UUB，迅速稳定地收敛至平衡点附近充分小的邻域内。

设计方法 IGCMCB 结构原理如图 3 所示，主要由 ESO、非奇异终端滑模(nonsingular terminal sliding mode, NTSM)与 DSSM 等构成，现分别对它们进行设计，随后再进行闭环系统的稳定性分析。

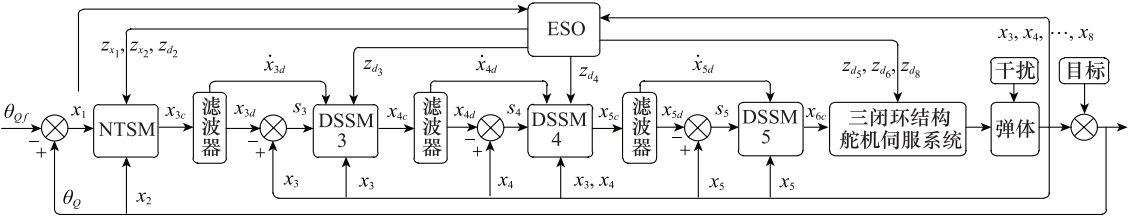


图 3 IGCMCB 的结构原理示意图
Fig. 3 Schematic diagram of IGCMCB structure and principle

引理 2^[22] 若存在 Lyapunov 函数 $V(x)$ 满足 $\dot{V}(x) \leq -\alpha V^{\beta}(x)$ ($0 < \alpha, 0 < \beta < 1$)，则系统能在有限时间内收敛至零，收敛时间 T_s 满足 $T_s \leq V^{(1-\beta)}(x_0)/[\alpha(1-\beta)]$ 。

引理 3^[7] (Young's 不等式) 若存在常数 $1 < p, 1 < q$ 满足 $(p-1)(q-1) = 1$ ， $\forall \epsilon > 0$ ，对任意两个相同维度的向

量 a, b ，不等式 $a^T b \leq \frac{\epsilon^p |a|^p}{p} + \frac{|b|^q}{q\epsilon^q}$ 成立。

2.1 ESO 设计

为了降低不确定干扰 d_2 对系统的影响，设计 ESO 进行迅速准确观测，同时提供必要的视线角速率信息 $\dot{\theta}_Q$ 。观

测变量为 $z_{x_1}, z_{x_2}, z_{d_2}$, 观测误差为 $e_{z1} = z_{x_1} - x_1, e_{z2} = z_{x_2} - x_2, e_{z23} = z_{d_2} - d_2$, 设计三阶 ESO 为

$$\begin{cases} \dot{z}_{x_1} = z_{x_2} - \mu_{21} e_{z1} \\ \dot{z}_{x_2} = -\frac{2\dot{r}}{r} z_{x_2} + f_{21} + a_2 x_3 + z_{d_2} - \mu_{22} \text{fal}(e_{z21}, \sigma_{21}, \eta_{21}) \\ \dot{z}_{d_2} = -\mu_{23} \text{fal}(e_{z21}, \sigma_{22}, \eta_{22}) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $0 < \mu_{21} < \mu_{22} < \mu_{23}; 0 < \sigma_{22} < \sigma_{21} < 1; 0 < \eta_{2i} < 1 (i=1, 2)$; 非线性函数 fal 为

$$\text{fal}(e, \sigma, \eta) = \begin{cases} e/\eta^{(1-\sigma)}, & |e| \leq \eta \\ |e|^\sigma \text{sign}(e), & |e| > \eta \end{cases} \quad (10)$$

定理 1 对于给定的 $0 < \eta_{2i} < 1$, 通过选择合适的参数 μ_{2i}, σ_{2i} 满足不等式 $\mu_{23} < \mu_{21} \mu_{22} \eta_{21}^{(\sigma_{21}-\sigma_{22})}$, 则能使 ESO 模型式(9)的观测误差 $e_{z2i} (i=1, 2, 3)$ UUB, 并且能够迅速稳定地收敛至平衡点附近充分小的邻域内。

证明 进一步化简式(9), 可得观测误差的动态方程组为

$$\begin{cases} \dot{e}_{z1} = e_{z22} - \mu_{21} e_{z1} \\ \dot{e}_{z2} = e_{z23} + \frac{2\dot{r}}{r} e_{z22} - \mu_{22} \text{fal}(e_{z21}, \sigma_{21}, \eta_{21}) \\ \dot{e}_{z23} = \dot{d}_2 - \mu_{23} \text{fal}(e_{z21}, \sigma_{22}, \eta_{22}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: fal 为分段非线性函数, 显然需要分情况进行讨论, 当 $\eta_{21} < |e_{z21}|$ 时, 有等式 $\text{fal}(e_{z21}, \sigma_{21}, \eta_{21}) = |e_{z21}|^{\sigma_{21}} \text{sign}(e_{z21})$ 成立, 结合等式 $e_{z21} = |e_{z21}|^{(1-\sigma_{21})} |e_{z21}|^{\sigma_{21}} \text{sign}(e_{z21})$, 式(11)可化简为

$$\dot{\mathbf{e}}_{z2} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\mu_{21} & 1 & 0 \\ -\mu_{22} |e_{z21}|^{-(1-\sigma_{21})} & 0 & 1 \\ -\mu_{23} |e_{z21}|^{-(1-\sigma_{22})} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{z2}} \mathbf{e}_{z2} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -2\dot{r}/r & 0 \end{bmatrix}^T}_{\mathbf{B}_{z2}} e_{z22} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{d}_2 \end{bmatrix}^T}_{\mathbf{C}_{z2}} \quad (12)$$

根据劳斯判据可知, 当 $\mu_{23} < \mu_{21} \mu_{22} \eta_{21}^{(\sigma_{21}-\sigma_{22})}$ 时, 式(12)的特征方程是 Hurwitz 的, 总存在正定对称矩阵 $\mathbf{P}_{z2}, \mathbf{Q}_{z2}$ 使 $\mathbf{A}_{z2}^T \mathbf{P}_{z2} + \mathbf{P}_{z2} \mathbf{A}_{z2} \leq -\mathbf{Q}_{z2}$ 成立。

令 $\mathbf{E}_{z2} = [0, 1, 0]^T$, 且 $0 < -2\dot{r}/r$, 则如下不等式成立:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{A}_{z2} - \mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2})^T \mathbf{P}_{z2} + \mathbf{P}_{z2} (\mathbf{A}_{z2} - \mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2}) = \\ & \mathbf{A}_{z2}^T \mathbf{P}_{z2} + \mathbf{P}_{z2} \mathbf{A}_{z2} - (\mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2})^T \mathbf{P}_{z2} - \mathbf{P}_{z2} \mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2} \leq \\ & -[\mathbf{Q}_{z2} + (\mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2})^T \mathbf{P}_{z2} + \mathbf{P}_{z2} \mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2}] = -\mathbf{Q}_{z2} \end{aligned} \quad (13)$$

引理 4^[25] 对于任意给定的一阶线性非齐次微分方程 $dy/dt + P(x)y = Q(x)$, 其通解形式为 $y = Ce^{-\int P(x)dx} + e^{-\int P(x)dx} \int Q(x) e^{\int P(x)dx} dx$, C 为任意常数。

定义 Lyapunov 函数 $V_{z2} = \mathbf{e}_{z2}^T \mathbf{P}_{z2} \mathbf{e}_{z2}/2$, 通过微分计算, 再根据引理 3 得

$$\dot{V}_{z2} = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{z2}^T [(\mathbf{A}_{z2} - \mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2})^T \mathbf{P}_{z2} +$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}_{z2} (\mathbf{A}_{z2} - \mathbf{B}_{z2} \mathbf{E}_{z2})] \mathbf{e}_{z2} + \mathbf{e}_{z2}^T \mathbf{P}_{z2} \dot{\mathbf{d}}_2 \leq \\ & -\frac{1}{2} \mathbf{e}_{z2}^T \bar{\mathbf{Q}}_{z2} \mathbf{e}_{z2} + \frac{1}{2} \bar{\varsigma}_{z2}^{-2} \|\mathbf{P}_{z2}\|^2 \|\mathbf{e}_{z2}\|^2 + \frac{1}{2} \bar{\varsigma}_{z2}^2 \dot{\mathbf{d}}_{2\max}^2 \leq \\ & -\frac{1}{2} [\bar{\lambda}_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}_{z2}) - \bar{\varsigma}_{z2}^{-2} \|\mathbf{P}_{z2}\|^2] \|\mathbf{e}_{z2}\|^2 + \frac{1}{2} \bar{\varsigma}_{z2}^2 \dot{\mathbf{d}}_{2\max}^2 \leq \\ & -\bar{\lambda}_{z2} V_{z2} + \frac{1}{2} \bar{\varsigma}_{z2}^2 \dot{\mathbf{d}}_{2\max}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $0 < \bar{\varsigma}_{z2}; \bar{\lambda}_{z2} = [\bar{\lambda}_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}_{z2}) - \bar{\varsigma}_{z2}^{-2} \|\mathbf{P}_{z2}\|^2] / [2\bar{\lambda}_{\max}(\bar{\mathbf{Q}}_{z2})]$; $\bar{\lambda}_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}_{z2}), \bar{\lambda}_{\max}(\bar{\mathbf{Q}}_{z2})$ 表示矩阵 $\bar{\mathbf{Q}}_{z2}$ 的最小、最大特征根。通过选取适当 μ_{2i} , 可使 $0 < [\bar{\lambda}_{\min}(\bar{\mathbf{Q}}_{z2}) - \bar{\varsigma}_{z2}^{-2} \|\mathbf{P}_{z2}\|^2]$ 成立, 即 $0 < \bar{\lambda}_{z2}$ 。当 $V_{z2} = \Theta_{z2}$ 且 $[\bar{\varsigma}_{z2}^2 \dot{\mathbf{d}}_{2\max}^2 / (2\Theta_{z2})] < \bar{\lambda}_{z2}$ 时, 有 $\dot{V}_{z2} < 0$, 意味着 $V_{z2} \leq \Theta_{z2}$ 是不变集, 若 $V_{z2}(t_{s2}) \leq \Theta_{z2}$, 那么对 t_{s2} 之后的时刻 t , 都有 $V_{z2}(t) \leq \Theta_{z2}$ 成立, 将式(14)两端同时积分, 再结合引理 4, 推导比较可得

$$0 \leq V_{z2}(t) \leq V_{z2}(0) e^{-\bar{\lambda}_{z2} t} + (1 - e^{-\bar{\lambda}_{z2} t}) \frac{\bar{\varsigma}_{z2}^2 \dot{\mathbf{d}}_{2\max}^2}{2\bar{\lambda}_{z2}} \quad (15)$$

由此可知, 由 ESO 观测误差 e_{z2i} 构成的系统 V_{z2} UUB, 并且呈指数收敛, 它的界为 $\bar{\varsigma}_{z2}^2 \dot{\mathbf{d}}_{2\max}^2 / (2\bar{\lambda}_{z2})$, 通过选择参数 $\bar{\varsigma}_{z2}$ 足够小, 参数 $\bar{\lambda}_{z2}$ 足够大可以使得界达到充分小, 并加快收敛速率, 观测误差能够迅速稳定地收敛至平衡点附近的充分小邻域内。同理, 当 $|e_{z21}| \leq \eta_{21}$ 时, 上述结论同样成立。

证毕

为了迅速准确地观测出不确定性干扰 $d_i (i=3, 4, 6, 8)$, 定义观测变量 z_{x_i}, z_{d_i} , 定义观测误差为 $e_{z1} = z_{x_1} - x_1, e_{z2} = z_{d_2} - d_2$, 分别设计二阶 ESO 为

$$\begin{cases} \dot{z}_{x_i} = f_i + a_i x_i + z_{d_i} - \mu_{i1} e_{z1}, & i=3, 4, 6, 8; a_3=1 \\ \dot{z}_{x_8} = f_8 + bu + z_{d_8} - \mu_{81} e_{z81} \\ \dot{z}_{d_i} = -\mu_{i2} \text{fal}(e_{z1}, \sigma_i, \eta_i) \end{cases} \quad (16)$$

式中: 各参数定义、取值范围以及函数形式参照 ESO 模型式(9)。

2.2 NTSM 设计

为保证系统状态收敛的快速性, 同时避免奇异问题出现, 设计 NTSM 为

$$s_2 = x_1 + \beta |x_2|^\phi \text{sign}(x_2), \quad 0 < \beta; 1 < \phi < 2 \quad (17)$$

对式(17)求导可得

$$\dot{s}_2 = x_2 + \beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} (f_2 + a_2 x_3 + d_2) \quad (18)$$

引入 r 与 \dot{r} 设计自适应指数趋近律, 确保滑模动态品质良好。

$$\dot{s}_2 = -k_2 \text{sign}(s_2) - \frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2, \quad k_2 \geq |e_{z21}|; c_2 > 0 \quad (19)$$

联立式(8)和式(9), 并舍弃奇异因子 $|x_2|^{(1-\phi)} / (\beta \phi)$, 推导虚拟控制量 x_{3c} 为

$$\begin{aligned} x_{3c} = & -a_2^{-1} \left[\frac{|x_2|^{(2-\phi)}}{\beta \phi} \text{sign}(x_2) + f_2 + \right. \\ & \left. z_{d_2} + k_2 \text{sign}(s_2) + \frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2 \right] \end{aligned} \quad (20)$$

定理 2 针对系统式(8)前两个等式构成的子系统, 采用 ESO 模型式(9)与 NTSM 模型式(17)和式(19), 通过选择合适的参数, 则能使系统状态 x_1, x_2 在有限时间内收敛

至零。

证明 选取 Lyapunov 函数 $V_2 = s_2^2/2$, 并进行求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s_2 \dot{s}_2 = s_2 [x_2 + \beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} (f_2 + a_2 x_{3c} + d_2)] = \\ &\beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} s_2 [d_2 - z_{d_2} - k_2 \text{sign}(s_2) - \frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2] = \\ &-\beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} \left(\frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2^2 - e_{21} s_2 + k_2 |s_2| \right) \leq \\ &-(k_2 - e_{21}) |s_2| = -(k_2 - e_{21}) \sqrt{2} V_2^{\frac{1}{2}} \quad (21) \end{aligned}$$

当 $x_2 \neq 0$ 时, 根据引理 2, s_2 能够在有限时间内收敛至 $s_2 = 0$, 当 $x_2 = 0$ 时, 该结论同样成立, 此之后显然有 $\dot{x}_1 = -\beta^{-\frac{1}{\phi}} |x_1|^{\frac{1}{\phi}} \text{sign}(x_1)$ 成立。

对 Lyapunov 函数 $V_{x_1} = x_1^2/2$ 求导, 可得

$$\dot{V}_{x_1} = -\beta^{-\frac{1}{\phi}} |x_1|^{(\frac{1}{\phi}+1)} = -2^{\frac{1+\phi}{2\phi}} \beta^{-\frac{1}{\phi}} V_{x_1}^{\frac{1+\phi}{2\phi}} \leq 0 \quad (22)$$

根据引理 2, x_1, x_2 可以在有限时间内收敛至零。

证毕

2.3 DSSM 设计

系统式(8)属于高阶非线性系统, 为了对其进行有效的镇定, 并且避免反步法产生的微分膨胀问题, 需要运用 DSSM 进行方法设计。

设计 x_{3c} 使 $s_2 \rightarrow 0$, 通过一阶滤波器得到 x_{3d} , 其有常数 τ_3 :

$$\tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = x_{3c}, \quad x_{3d}(0) = x_{3c}(0); \quad \tau_3 > 0 \quad (23)$$

定义动态面 3 为 $s_3 = x_3 - x_{3d}$, 求导可得

$$\dot{s}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = x_4 - \dot{x}_{3d} \quad (24)$$

设计 DSSM 的指数趋近律为

$$\dot{s}_3 = -k_3 \text{sign}(s_3) - c_3 s_3, \quad k_3 \geq 0; c_3 > 0 \quad (25)$$

同理, 设计动态面 4~8 分别为

$$s_i = x_i - x_{id}, \quad i = 4, 5, \dots, 8 \quad (26)$$

式中: x_{id} 为虚拟控制量 x_{ic} 的滤波值, 设计 x_{ic} 与控制量分别为

$$\begin{cases} x_{4c} = -[f_3 + z_{d_3} - \dot{x}_{3d} + k_3 \text{sign}(s_3) + c_3 s_3] \\ x_{5c} = -a_4^{-1} [f_4 + z_{d_4} - \dot{x}_{4d} + k_4 \text{sign}(s_4) + c_4 s_4] \\ x_{6c} = \dot{x}_{5d} - k_5 \text{sign}(s_5) - c_5 s_5 \\ x_{7c} = -a_6^{-1} [f_6 + z_{d_6} - \dot{x}_{6d} + k_6 \text{sign}(s_6) + c_6 s_6] \\ x_{8c} = \dot{x}_{7d} - k_7 \text{sign}(s_7) - c_7 s_7 \\ u = -b^{-1} [f_8 + z_{d_8} - \dot{x}_{8d} + k_8 \text{sign}(s_8) + c_8 s_8] \end{cases} \quad (27)$$

式中: $|e_{zi1}| \leq k_i (i = 3, 4, 6, 8), 0 \leq k_5, 0 \leq k_7, 0 < c_i (i = 3, 4, \dots, 8)$, 为避免对 $x_{ic} (i = 3, 4, \dots, 8)$ 直接求导而产生微分膨胀问题, 设计一阶滤波器为

$$\tau_i \dot{x}_{id} + x_{id} = x_{ic}, \quad x_{id}(0) = x_{ic}(0); \quad \tau_i > 0 \quad (28)$$

至此, IGCMCB 设计完毕, 由 ESO 模型式(9)和式(16), NTSM 模型式(17)和式(20), DSSM 模型式(23)~式(28)组成。

IGCMCB 中的 $k_i (i = 2, 3, \dots, 8)$ 为滑模切换项增益, 与

其对应的符号函数共同组成滑模切换项, 作用是抑制不确定干扰并保证系统快速稳定, 而 $|x_2|^{(2-\phi)}/(\beta\phi)$ 虽然也带有符号项, 但它仅仅是由 NTSM 引入的附加切换项。

3 稳定性分析

定义虚拟控制量误差为

$$y_i = x_{id} - x_{ic}, \quad i = 3, 4, \dots, 8 \quad (29)$$

进行求导, 可得

$$\dot{x}_{id} = -\tau_i^{-1} y_i \quad (30)$$

进一步推导, 可得

$$\dot{y}_i = -\tau_i^{-1} y_i - \dot{x}_{ic} \quad (31)$$

由文献[23]可知, 存在正实数 M_i 使得 $\dot{x}_{ic} \leq M_i$ 成立, 再经过推导可得

$$x_i = s_i + y_i + x_{ic} \quad (32)$$

选取闭环系统 Lyapunov 函数 V 为

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^8 s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^8 y_i^2 \quad (33)$$

定理 3 对于系统式(8), 采用 IGCMCB 设计方法, 通过选择合适的参数, 则能够使闭环系统 UUB, 并且能够迅速稳定地收敛至平衡点附近充分小的邻域内。

证明 对全系统 Lyapunov 函数 V 式(33)进行求导, 并结合上述分析, 推导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=2}^8 s_i \dot{s}_i + \sum_{i=3}^8 y_i \dot{y}_i = s_2 \{x_2 + \beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} [f_2 + \\ &a_2 (s_3 + y_3 + x_{3c}) + d_2]\} + s_3 [f_3 + (s_4 + y_4 + x_{4c}) + \\ &d_3 - \dot{x}_{3d}] + s_4 [f_4 + a_4 (s_5 + y_5 + x_{5c}) + d_4 - \dot{x}_{4d}] + \\ &s_5 [s_6 + y_6 + x_{6c} - \dot{x}_{5d}] + s_6 [f_6 + a_6 (s_7 + y_7 + x_{7c}) + \\ &d_6 - \dot{x}_{6d}] + s_7 [s_8 + y_8 + x_{8c} - \dot{x}_{7d}] + \\ &s_8 [f_8 + bu + d_8 - \dot{x}_{8d}] + \sum_{i=3}^8 y_i (-\dot{x}_{ic} - \tau_i^{-1} y_i) \leq \\ &\beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} a_2 \left(s_2^2 + \frac{s_3^2}{2} + \frac{y_3^2}{2} \right) - \\ &\beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} \frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2^2 + \left(s_3^2 + \frac{s_4^2}{2} + \frac{y_4^2}{2} \right) - c_3 s_3^2 + \\ &a_4 \left(s_4^2 + \frac{s_5^2}{2} + \frac{y_5^2}{2} \right) - c_4 s_4^2 + \left(s_5^2 + \frac{s_6^2}{2} + \frac{y_6^2}{2} \right) - \\ &c_5 s_5^2 + \left(s_6^2 + \frac{s_7^2}{2} + \frac{y_7^2}{2} \right) - c_6 s_6^2 + \left(s_7^2 + \frac{s_8^2}{2} + \frac{y_8^2}{2} \right) - \\ &c_7 s_7^2 - c_8 s_8^2 + \sum_{i=3}^8 \left(\frac{M_i^2}{\rho^2} - \tau_i^{-1} \right) y_i^2 + \frac{3}{2} \rho^2 \leq \\ &-\underbrace{\beta \phi |x_2|^{(\phi-1)} \left(\frac{|\dot{r}|}{r} c_2 - a_2 \right) s_2^2}_{m1} - \\ &\underbrace{\left(c_3 - \frac{\beta \phi |x_2|^{(\phi-1)}}{2} a_2 - 1 \right) s_3^2}_{m2} - \underbrace{\left(c_4 - a_4 - \frac{1}{2} \right) s_4^2}_{m3} - \\ &\underbrace{\left(c_5 - \frac{a_4}{2} - 1 \right) s_5^2}_{m4} - \underbrace{\left(c_6 - \frac{3}{2} \right) s_6^2}_{m5} - \underbrace{\left(c_7 - \frac{3}{2} \right) s_7^2}_{m6} - \end{aligned}$$

$$\underbrace{\left(c_8 - \frac{1}{2}\right)}_{m1} x_8^2 - \underbrace{\left(\tau_3^{-1} - \frac{M_3^2}{\rho^2} - \frac{\beta \phi}{2} |x_2|^{\phi-1} a_2\right)}_{m8} y_3^2 -$$
$$\underbrace{\left(\tau_4^{-1} - \frac{M_4^2}{\rho^2} - \frac{1}{2}\right)}_{m9} y_4^2 - \underbrace{\left(\tau_5^{-1} - \frac{M_5^2}{\rho^2} - \frac{a_4}{2}\right)}_{m10} y_5^2 -$$
$$\underbrace{\left(\tau_6^{-1} - \frac{M_6^2}{\rho^2} - \frac{1}{2}\right)}_{m11} y_6^2 - \underbrace{\left(\tau_7^{-1} - \frac{M_7^2}{\rho^2} - \frac{1}{2}\right)}_{m12} y_7^2 -$$
$$\underbrace{\left(\tau_8^{-1} - \frac{M_8^2}{\rho^2} - \frac{1}{2}\right)}_{m13} y_8^2 + \underbrace{\frac{3}{2} \rho^2}_{\tilde{\omega}} \quad (34)$$

为了保证系统稳定,在选取参数时需要满足以下条件:

$$\left\{\begin{aligned} c_2 &\geq \frac{r}{|r|} a_2 \\ c_3 &\geq \frac{\beta \phi |x_2|^{\phi-1}}{2} a_2 + 1 \\ c_4 &\geq a_4 + \frac{1}{2} \\ c_5 &\geq \frac{a_4}{2} + 1 \\ c_6 &\geq \frac{3}{2} \\ c_7 &\geq \frac{3}{2} \\ c_8 &\geq \frac{1}{2} \\ \tau_3^{-1} &\geq \frac{M_3^2}{\rho^2} + \frac{\beta \phi |x_2|^{\phi-1}}{2} a_2 \\ \tau_5^{-1} &\geq \frac{M_5^2}{\rho^2} + \frac{a_4}{2} \\ \tau_i^{-1} &\geq \frac{M_i^2}{\rho^2} + \frac{1}{2}, i=4,6,7,8 \end{aligned}\right. \quad (35)$$

令正常数 $\epsilon = \min\{m_i (i = 1, 2, \cdots, 13)\}$, 则式(34)可以进一步化简为

$$\dot{V} \leq -2\epsilon V + \tilde{\omega} \quad (36)$$

当 $V = \Theta$ 且 $\tilde{\omega}/(2\Theta) < \epsilon$ 时, 则有 $\dot{V} < 0$ 成立, 这就意味着 $V \leq \Theta$ 是一个不变集, 如果 $V(t_s) \leq \Theta$, 那么对 t_s 之后的时刻 t , 都有 $V(t) \leq \Theta$ 成立, 将式(36)两端同时积分, 再结合引理 4, 推导比较可得

$$0 \leq V(t) \leq V(0) e^{-2\epsilon t} + (1 - e^{-2\epsilon t}) \frac{\tilde{\omega}}{2\epsilon} \quad (37)$$

由此可知, 闭环系统 UUB, 并且它的界为 $\tilde{\omega}/(2\epsilon)$, 通过选择合适的参数, 即取 ρ 足够小使得 $\tilde{\omega}$ 充分小, 取 c_i 足够大、 τ_i 足够小使得 ϵ 充分大, 那么 V 就能够稳定地收敛至平衡点附近充分小的邻域内。根据式(37)可知, V 呈指数型收敛, 可以通过选取 c_i 等参数为较大的合适值来调节衰减系数 ϵ , 以加快收敛速率, 从而保证系统能够在有限时间内迅速收敛。
证毕

尽管式(35)给出了保证系统稳定性的参数选取范围, 但由于受到多方面因素的约束, 例如, 在提高系统收敛速度的同时, 需用过载往往容易超过可用过载, 因此给出设计参

数的具体定量选择标准是比较困难的。目前常采用的方法是综合考虑设计方法与实际物理环境, 再通过大量的数学仿真来进行定量选择。

为了便于定理 3 的推导证明, 在 V 中并未包含 ESO 模型式(9)和式(16)的观测误差项, 但结合定理 1 可知, 当 V 中涵盖这些 ESO 观测误差项时, 定理 3 是同样成立的。

4 仿真实验

本节的主要目的是分别在目标固定与蛇形机动的工况下, 通过数学仿真对 IGCMCB 进行分析与验证。微分方程组解算方法采用 4 阶 Runge-Kutta, 步长 10 ms。仿真环境、弹体、舵机以及 IGCMCB 的参数设置分别如表 1~表 4 所示。

表 1 仿真环境参数

Table 1 Simulation environment parameters

参数	数值	参数	数值
x_{T0}/m	3 000	$v_{T0}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0
y_{T0}/m	0	$w_x/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2
$\theta_{Qf}/(^{\circ})$	-65	τ_T	0.01
$\theta_{T0}/(^{\circ})$	0	—	—

表 2 弹体参数

Table 2 Projectile parameters

参数	数值	参数	数值
x_{P0}/m	0	k_a	35
y_{P0}/m	4 000	l/m	1.5
$\theta_{P0}/(^{\circ})$	-10	d/m	0.15
c_x	0.51	m/kg	48
c'_y	23.1	$v_{P0}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	357
c_y^0	4.9	$\Delta F_{Px2}/\text{N}$	$\sin t$
m'_z	-7.1	$\Delta F_{Py2}/\text{N}$	$2\sin t$
m'_{zz}	11.4	$T_d/(\text{N} \cdot \text{m})$	$2\cos t$
m_{ε}^{δ}	2.1	$\Delta M/(\text{N} \cdot \text{m})$	$\cos t$

表 3 舵机参数

Table 3 Canard parameters

参数	数值	参数	数值
K_v	0.95	$J_m/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.006 7
K_{ip}	6.3	$K_t/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})$	8
K_{vp}	5.5	$k_c/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	320
N_{δ}	78	$h_{\delta}/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.12
$j_{\delta}/(^{\circ})$	0.2	$B_m/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.12
R_{Ω}/Ω	0.5	$B_{\delta}/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.23

表 4 IGCMCB 参数

Table 4 IGCMCB parameters

参数	数值	参数	数值	参数	数值
β	10	k_2	0.2	c_2	1
ϕ	1.5	k_3	2	c_3	2
τ_4	0.01	k_4	1.3	c_4	1
τ_5	0.01	k_5	1.5	c_5	1.2
τ_6	0.01	k_6	1.5	c_6	1
τ_7	0.01	k_7	1.8	c_7	1.5
τ_8	0.01	k_8	2.1	c_8	1.5

表 1~表 3 中下标“0”表示参数初值。根据在第 1 节中建立的设计模型可知, d_{θ_T} 、 $d_{a_{p2}}$ 、 $d_{a_{p3}}$ 、 d_M 等是由其他已定义变量构成的, 因此仅需要给出 ΔF_{Px2} 、 ΔF_{Py2} 、 ΔM 、 τw_{x_0} 、 T_d 等项的数值, 以便于定量分析干扰项。

为了体现 IGCMCB 能够使系统满足 $\dot{\theta}_Q$ 测量受限的约束, 在式(17)和式(20)中均使用 z_{θ_2} 信息。为有效削弱由滑模切换项诱发的控制量高频抖振, 采用连续饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 代替 $\text{sign}(\cdot)$ 。

为了探究舵机齿隙对于 IGC 设计的影响, 同时又能够体现出 IGCMCB 抑制齿隙的有效性, 引入自适应动态面控制 (adaptive dynamic surface control, ADSC)^[3] 作为对比, 含齿隙

舵机部分采用 PID 控制^[25], 简记为 ADSC&PID。

4.1 工况 1: 固定目标

设定 $a_{Tx_8}^c = a_{Ty_8}^c = 0$, 仿真结果与曲线分别如表 5 与图 4 所示, 为了避免图像冗杂, 仅绘制了部分实验曲线。

表 5 工况 1 的仿真实验结果

Table 5 Simulation results of condition 1

设计方法	脱靶量/m	命中时间/s	θ_{Qf} 误差/($^{\circ}$)
IGCMCB	0.486	14.800	0.064
ADSC&PID	1.136	15.110	0.128

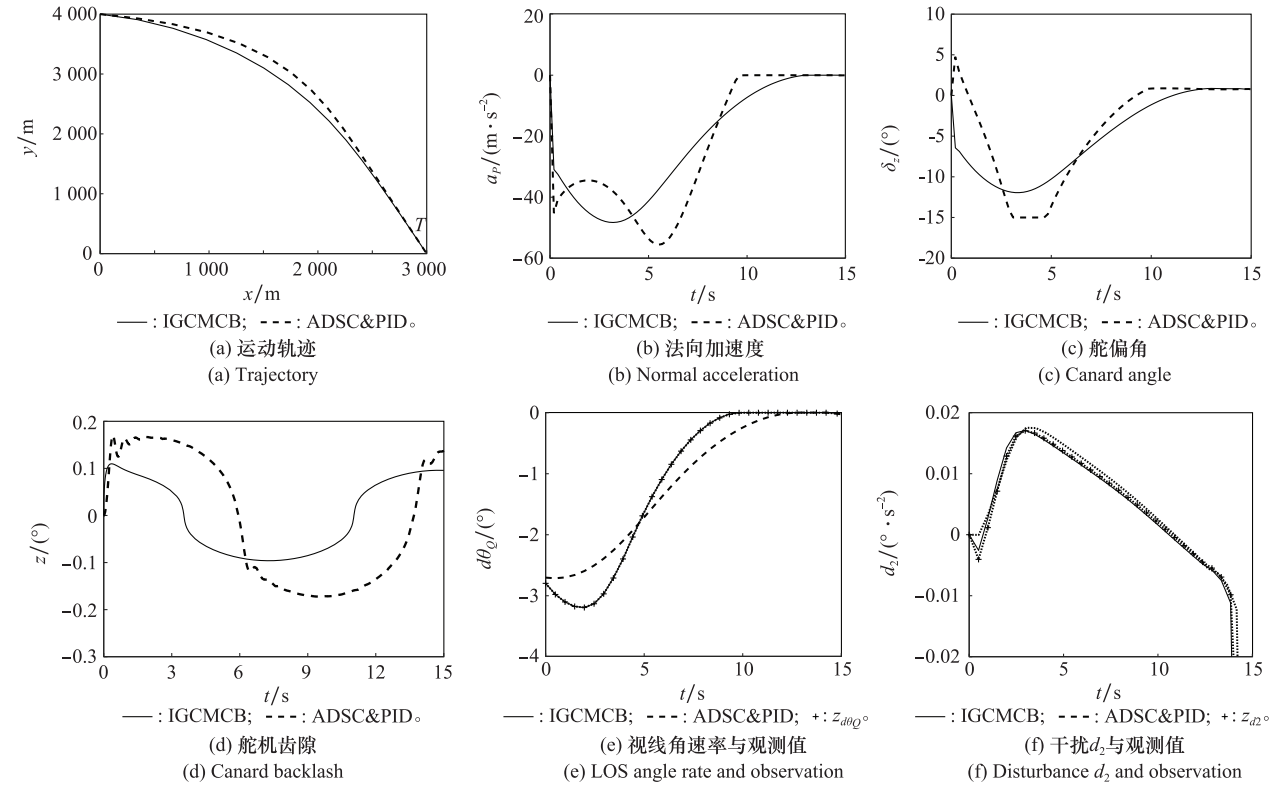


图 4 工况 1 仿真实验曲线
Fig. 4 Simulation curves of operating condition 1

弹体运动轨迹在图 4(a) 中展示, 在舵机齿隙相同的工况下, ADSC&PID 和 IGCMCB 都能够使舰炮制导炮弹有效地命中固定目标, 结合表 5 可以看出, 相比于 ADSC&PID, IGCMCB 能够将脱靶量、命中时间、终端视线角跟踪误差等指标保持在较好的水平, 从而弹体在末制导过程中具备了较强的鲁棒性。法向加速度的仿真曲线在图 4(b) 中进行描述, 由于 ADSC&PID 未能有效地抑制齿隙带来的非线性干扰, 其变化趋势滞后于 IGCMCB, 导致终端视线角跟踪误差与视线角速率收敛速度较慢, 而 IGCMCB 的收敛速率较快, 使弹体在舵机含有一定齿隙的情况下仍然能够稳定飞行。从图 4(c) 中可以看出, 舵偏角的变化趋势与法向加速度基本保持一致, 由于 ADSC&PID 舵机控制系数固定, 难以抑制齿隙的负面影响, 而 IGCMCB 能够较好地避

免舵偏角出现相位延迟或幅度畸变等情况, 使舵机在含有一定齿隙时仍然保持着良好的动态特性。图 4(d) 展示了舵机齿隙的变化情况, 相对于 ADSC&PID, IGCMCB 通过动态面滑模与 ESO 的调控, 使得变化趋势基本上处于连续平滑的状态, 有效抑制了齿隙对系统性能的不利影响, 明显改善了舵机主轴上传动力矩的抖振与冲击现象。 $\dot{\theta}_Q$ 与 d_2 干扰项以及其观测值的曲线分别在图 4(e)~图 4(f) 中进行描述, 所设计的 ESO 能够迅速而又准确地估计出视线角速率与不确定干扰。 $\dot{\theta}_Q$ 能够迅速地收敛至零点附近充分小的邻域内, 验证了定理 3 的正确性, 有力地保障了弹体末段的稳定飞行。

4.2 工况 2: 蛇形机动目标

设定 $a_{Tx_s}^c = a_{Ty_s}^c = 2 \sin t$, 仿真结果与曲线分别如表 6 与

图 5 所示,为了避免图像冗杂,仅绘制了部分实验曲线。

表 6 工况 2 的仿真实验结果
Table 6 Simulation results of condition 2

设计方法	脱靶量/m	命中时间/s	θ_Q 误差/(°)
IGCMCB	0.632	14.890	0.082
ADSC&PID	1.348	15.230	0.149

弹目运动轨迹在图 5(a)中描绘,与 ADSC&PID 相比较,IGCMCB 的飞行弹道更为平直,结合表 6 可以分析出,IGCMCB 在舵机存在齿隙的情况下,能够优化脱靶量、命中时间等战技指标。图 5(b)展示了法向加速度的仿真数据,在 IGCMCB、ADSC&PID 的调控下,终端视线角跟踪误差与视线角速率均能够趋于一致,由于 IGCMCB 运用 DSSM,

对齿隙非线性进行了有效的控制,其收敛速度更快。观察图 5(c)能够分析出,由于 PID 控制系数固定,ADSC&PID 未能较好地处理齿隙引入的非线性影响,舵偏角幅值偏大,而 IGCMCB 通过 ESO 与 DSSM 的动态调整,将舵偏角的变化范围始终控制在较小的范围内,更好地适应实战需求。工况 2 下的齿隙变化情况在图 5(d)中展示,ADSC&PID 齿隙震荡较为严重,IGCMCB 基于 DSSM 与 ESO,显著改善了齿隙幅值变化,降低了齿隙空回对制导性能的影响,增强了系统对齿隙非线性的鲁棒性。图 5(e)~图 5(f)体现了 $\dot{\theta}_Q$ 、 d_2 与观测值的曲线,ESO 较好地化解了视线角速率测量受限这一实际问题,为保证制导系统平稳运行提供了必要信息,在 IGCMCB 的作用下,系统状态能够更为迅速地收敛至零点附近充分小的邻域内。

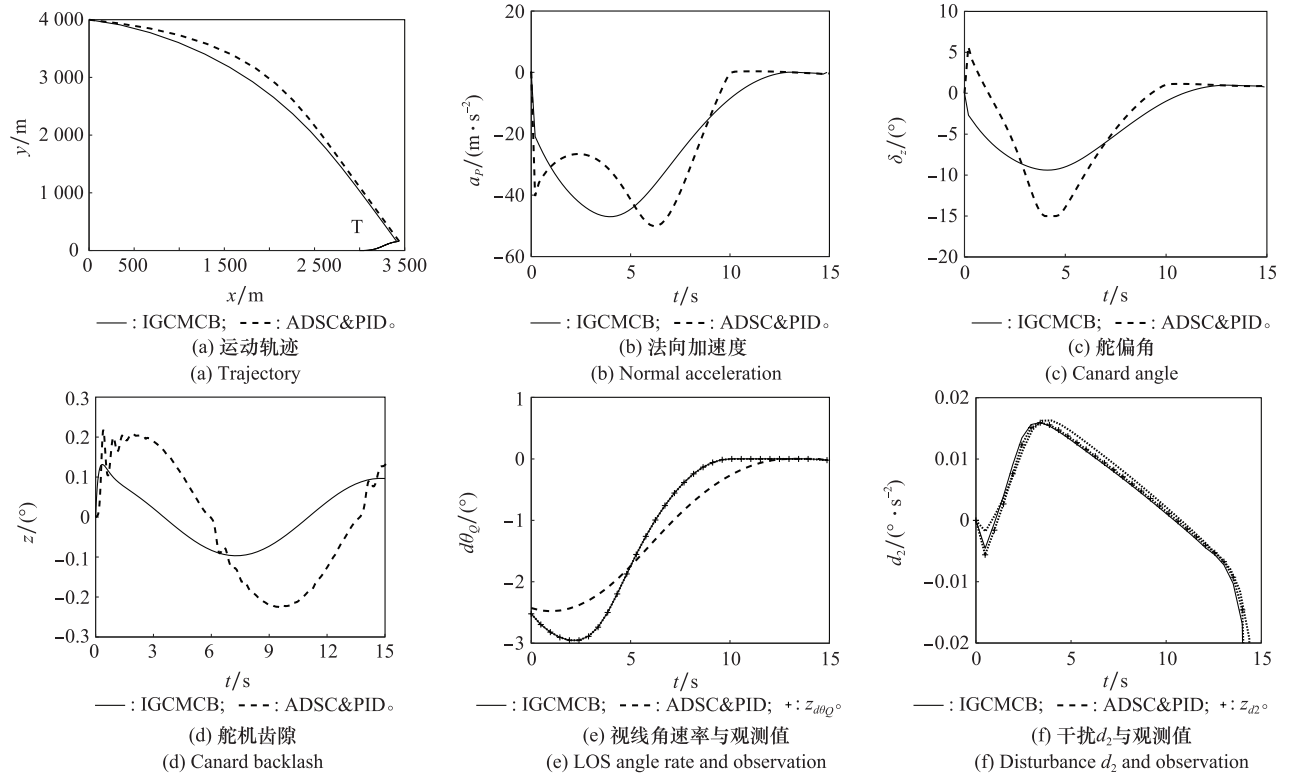


图 5 工况 2 仿真实验曲线
Fig. 5 Simulation curves of operating condition 2

5 结 论

针对舰炮制导炮弹在实施对岸远程火力支援的末段,考虑齿隙、约束攻击角以及测量视线角速率受限,基于 DSSM 与 ESO 设计了 IGCMCB,主要从构建模型、方法设计、系统稳定性分析以及仿真实验等 4 个方面展开了详细的研究,现总结全文如下:首先,设计了 ESO 准确迅速地估计出视线角速率与各类干扰,分析了由观测误差所组成系统的稳定性,为导引控制提供了关键必要信息;然后,结合弹目距离与接近速率,设计了具备自适应指数趋近律的 NTSM,在有限时间内零化了视线角跟踪误差与视线角速

率,运用 DSSM 成功地避免了控制量高频抖振;最后,IGCMCB 使制导炮弹在满足多项约束和系统 UUB 的同时,有效地削弱了齿隙对 IGC 设计的影响,所需信息均可通过成熟技术途径获取,具有一定的理论意义与应用价值。

参考文献

[1] 姜尚, 田福庆, 孙世岩, 等. 适应海上火力支援新需求的末端导引控制方法综述[J]. 飞航导弹, 2019(6): 75–82.
JIANG S, TIAN F Q, SUN S Y, et al. Summary of terminal guidance and control method to meet the new requirements of marine fire support[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2019(6):

- 75–82.
- [2] CHANG S J. Dynamic response to canard control and gravity for a dual-spin projectile[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2016, 53(3): 558–566.
 - [3] JIANG S, TIAN F Q, SUN S Y, et al. Integrated guidance and control of guided projectile with multiple constraints based on fuzzy adaptive and dynamic surface[J]. *Defense Technology*, 2020, 16(6): 1130–1141.
 - [4] GUO J G, XIONG Y, ZHOU J. A new sliding mode control design for integrated missile guidance and control system[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 78: 54–77.
 - [5] HE S M, WANG W, WANG J. Adaptive backstepping impact angle control with autopilot dynamics and acceleration saturation consideration[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27: 3777–3794.
 - [6] MENG K Z, ZHOU D. Super-twisting integral-sliding-mode guidance law considering autopilot dynamics[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 232(9): 1787–1799.
 - [7] SEO M, LEE C, TAHK M. New design methodology for impact angle control guidance for various missile and target motions[J]. *IEEE Trans. on Control Systems and Technology*, 2018, 26(6): 2190–2197.
 - [8] WILLIAMS D E, RICHMAN J, FRIEDLAND B. Design of an integrated strapdown guidance and control system for a tactical missile[C]//*Proc. of the AIAA Guidance and Control Conference*, 1983: AIAA 1983–2169.
 - [9] JEGARKANDI M F, ASHRAFIFAR A, MOHSENIPOUR R. Adaptive integrated guidance and fault tolerant control using backstepping and sliding mode[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2015, 2015(6): 1–7.
 - [10] VADDI S, MENON P K, OHLMEYER E J. Numerical state-dependent riccati equation approach for missile integrated guidance control[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 32(2): 699–703.
 - [11] XIN M, BALAKRISHNAN S N, OHLMEYER E J. Integrated guidance and control of missiles with θ D method[J]. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 2006, 14(6): 981–992.
 - [12] SEYEDIPOUR S H, JEGARKANDI M F, SHAMAGHDARI S. Nonlinear integrated guidance and control based on adaptive backstepping scheme[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2017, 89(3): 415–424.
 - [13] IBARRONDO F B, SANZ-ARANGUEZ P. Integrated versus two-loop guidance-autopilot for a dual control missile with high-order aerodynamic model[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 230(1): 60–76.
 - [14] WANG Y L, TANG S J, SHANG W, et al. Adaptive fuzzy sliding mode guidance law considering available acceleration and autopilot dynamics[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 2018: 6081801.
 - [15] GUO J G, XIONG Y, ZHOU J. A new sliding mode control design for integrated missile guidance and control system[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 78: 54–77.
 - [16] JIANG S, TIAN F Q, SUN S Y. Integrated guidance and control design of rolling guided projectile based on adaptive fuzzy control with multiple constraints[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 2019: 6309462.
 - [17] KOREN A, IDAN M, GOLAN O M. Integrated sliding mode guidance and control for missile with on-off actuators[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2015, 31(1): 204–214.
 - [18] SAGLIANO M, MOOIJ E, THEIL S. Adaptive disturbance-based high-order sliding-mode control for hypersonic-entry vehicles[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(3): 521–536.
 - [19] WANG L, ZHANG W H, WANG D H, et al. Command filtered back-stepping missile integrated guidance and autopilot based on extended state observer[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, 9(11): 1–13.
 - [20] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900–906.
 - [21] WANG J H, CAI Y W, CHENG L, et al. Active disturbance rejection guidance and control scheme for homing missiles with impact angle constraints[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2019, 233(3): 1133–1146.
 - [22] YANG S J, GUO J G, ZHOU J. New integrated guidance and control of homing missiles with an impact angle against a ground target[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 2018: 3968242.
 - [23] SUN L, YI W J, YUAN D D, et al. Application of elman neural network based on genetic algorithm in initial alignment of SINS for guided projectile[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 2019: 5810174.
 - [24] HE S M, SONG T, LIN D F. Impact angle constrained integrated guidance and control for maneuvering target interception[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(10): 2652–2660.
 - [25] 田福庆, 姜尚, 梁伟阁. 含齿隙弹载舵机的全局反步模糊自适应控制[J]. *自动化学报*, 2019, 45(6): 1177–1185.
 - [25] TIAN F Q, JIANG S, LIANG W G. Global backstepping fuzzy adaptive control for ammunition actuator with backlash[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(6): 1177–1185.
 - [26] WU J, LI J, CHEN W S. Practical adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed nonlinear systems with backlash nonlinearity[J]. *Information Sciences*, 2017, 420: 517–531.
 - [27] YIN Z, HE M, KAYNAK O, et al. Uncertainty and disturbance estimator-based control of a flapping-wing aerial vehicle with unknown backlash-like hysteresis[J]. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 2020, 67(6): 4826–4835.
 - [28] LAI G Y, LIU Z, ZHANG Y, et al. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear systems with asymmetric actuator backlash

based on a new smooth inverse [J]. IEEE Trans. on Cybernetics, 2016, 46(6): 1250–1262.

[29] TARBOURIECH S, QUEINNEC I, PRIEUR C. Stability analysis and stabilization of systems with input backlash[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 2014, 59(2): 488–494.

[30] SHEN Q K, SHI Y, JIA R F, et al. Design on type-2 fuzzy-based distributed supervisory control with backlash-like hysteresis[J]. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2019, 29(2): 252–261.

[31] YU M, EVANGELOU S A, DINI D. Position control of parallel active link suspension with backlash[J]. IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2019, 67(6): 4741–4751.

作者简介

姜 尚(1992—),男,讲师,博士,主要研究方向为弹箭控制技术。

魏 波(1986—),男,讲师,硕士,主要研究方向为弹药结构原理。

梁伟阁(1985—),男,讲师,博士,主要研究方向为弹药总体技术。

孙东彦(1978—),男,副教授,博士,主要研究方向为舰炮总体技术。

李进军(1978—),男,教授,博士,主要研究方向为舰载武器作战运用。

马 野(1966—),女,教授,博士,主要研究方向为智能控制技术。